特 別 研 究

地震波干渉法による電車振動を震源とした
地下可視化の試み

京都大学工学部地球工学科資源コース

地質工学研究室

仲田　典弘

平成20年2月

目 次

第1章　緒言

石油をはじめとした天然資源の探査や、活断層の発見による災害防止のために、地下構造の断面図を作成することは重要である。地下構造を調査する手法としては、反射法地震探査が頻繁に用いられてきた。反射法地震探査には、ダイナマイトやバイブロサイスといった人工地表震源を用いるのが一般的である。しかし、人工震源はコストがかかる上に、騒音が大きい、破壊力がある、許可が下りないなどの理由から、探査を行うことのできる地域を限定されてしまう。特に都市部では、人工地表震源を用いた探査は困難である。また従来の探査手法では、繰り返し調査によるモニタリングを行うことが困難である。これらの課題を解決する手法として、地震波干渉法 (Seismic Interferometry) が、近年注目されている。

地震波干渉法とは、複数の受振器により自然地震などの地下震源により伴う波動を観測し、それらの記録に相互相関処理を施すことで、ある任意の受振器を新たな震源とした波形記録を合成する手法である (Wapenaar,2003)。これにより、地表の人工震源を用いずに、地下構造の探査を行うことが可能となる (Torii et al, 2007)。また、人工震源を用いる必要がないため、探査を行うにあたって、地理的制約条件が緩和される。地下震源に自然地震を用いた場合 (Torii et al, 2007)、自然地震の発生を待つ必要があり、常に安定した振動を得られるとは限らず、観測に時間がかかることがある。そこで本研究では、地下震源に地下を走る電車の振動を用いた。電車振動を用いることで、都市部での探査が容易になり、自然地震や人工震源に頼ることなく、常に安定した記録を取得することが可能となる。特に地下鉄の多い都市部では有効な探査手法と考えられ、長期間のモニタリング手法として期待される。

本研究では、震源として新潟県の上越新幹線、京都府の京阪電車を用いた。これらを解析、検討することにより、電車を振動に用いた探査手法の確立を試みた。

第 2 章　地震波干渉法

地中の波動場を異なる二地点で同時に観測した場合、それらの観測記録に相互相関を施すことにより、一方を震源とし、他方を受振点とした場合の波形を合成することができる (図 2.1)。この手法を地震波干渉法と言う。この地震波干渉法は、時間反転理論と相反定理という二つの理論によって確立される。相反定理には、一般にコンボリューション型相反定理とコリレーション型相反定理がある。前者の相反定理に対して時間反転理論を適用すると、後者の相反定理が導かれる。コンボリューション型相反定理からは震源と受振点の相反性を導くことができ、この相反性とコリレーション型相反定理から二点間の波形記録を合成する地震波干渉法の基礎式が導かれる。この章では、この二つの理論について説明し、地震波干渉法の基本式を導く。

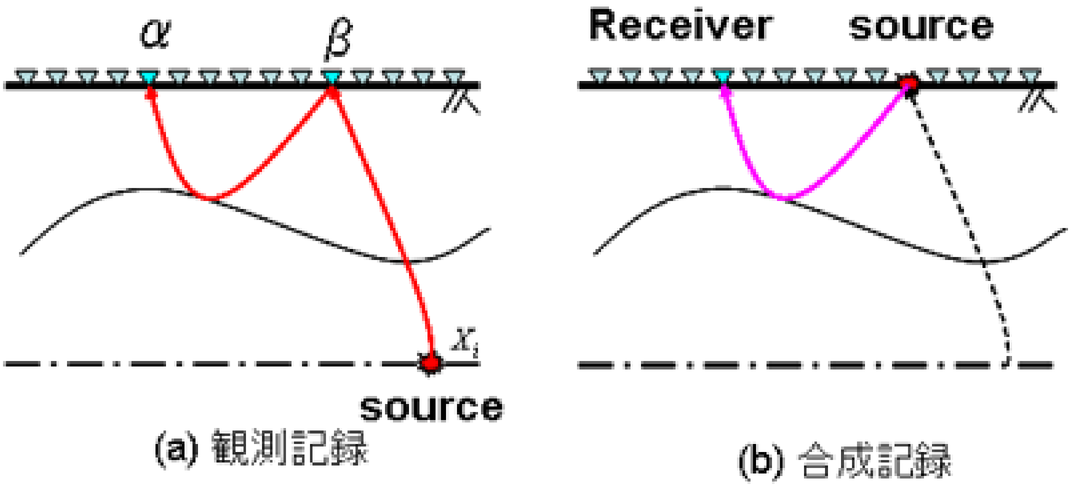


図 2.1: 地震波干渉法のイメージ

2 地点で波動を観測し (a)、相互相関によって擬似波形を得る (b)

2.1　地震波干渉法を確立する理論

2.1.1　時間反転理論

多くの物理法則は時間軸を逆転させても不変である。たとえば、ある運動の映像を逆回しにして見ても、もとの映像と比べてどちらが正しい向きかを区別することはできない。この理論を時間反転理論という (Fink et al, 2002)。この理論は、放射性崩壊を支配する力や熱伝導方程式といった統計的な特質に対しては例外となる。時間を逆転させても不変であるということは、数学的にみれば時間 t を $-t$ に置き換えることを意味する。こうすることで物理法則が時間に関して不変であることが容易に確認できる。具体例をひとつ挙げる。

波動方程式

$$\rho\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu)\nabla^2\theta \tag{2.1}$$

に対して t を $-t$ に置き換える。

$$\rho\frac{\partial^2\theta}{\partial(-t)^2} = (\lambda + 2\mu)\nabla^2\theta \tag{2.2}$$

t に $-t$ を代入して時間に関して 2 回微分演算を行うが、$(-1)^2 = 1$ であるため、(2.2) 式は (2.1) 式に等しくなる。このように多くの物理法則は時間を逆にしても成り立つ。

2.1.2　相反定理

相反定理とは、状態Aにおける応力を τ_A、速度を v_A、状態Bにおける応力を τ_B、速度を v_B としたときに、τ_A の v_B に対してなす仕事が、τ_B の v_A に対してなす仕事に等しいことを証明するものである (Wapenaar and Fokkema, 2006)。

ここでは、圧力を $p(\mathrm{x}, t)$、粒子速度を $v_i(\mathrm{x}, t)$ とする。下付の $i(i = 1, 2, 3)$ は座標の方向、t は時間を表す。$\hat{p}(\mathrm{x}, \omega)$ および v_i の時間 t についてのフーリエ変換を以下のように定義する。ここで j は虚数単位、ω は角周波数を表す。

$$\hat{p}(x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega t)p(\mathrm{x}, t)\mathrm{dt} \tag{2.3}$$

$$\hat{v_i}(\mathrm{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j\omega t)v_i(\mathrm{x}, t)\mathrm{dt} \tag{2.4}$$

損失のない任意の不均質媒体において圧力 p および粒子速度 v_i については、空間-周波数

領域における運動方程式 (2.5) と応力歪み関係式 (2.6) を用いて表すことができる。

$$j\omega\rho\hat{v}_i + \partial_i\hat{p} = \hat{f}_i \tag{2.5}$$

$$j\omega\kappa\hat{p} + \partial_i\hat{v}_i = \hat{q} \tag{2.6}$$

∂_i は x_i 方向の空間微分を表し、ρ は媒質密度、κ は圧縮率 (体積弾性率の逆数) を表す。$\hat{f}_i$ と $\hat{q}_i$ はそれぞれ単位体積あたりの外部体積力と体積圧入率を表す。

次に相互作用量について考える。相互作用量は次式で表される。

$$\partial_i\{\hat{p}_A\hat{v}_{i,B} - \hat{v}_{i,A}\hat{p}_B\} \tag{2.7}$$

この相互作用量 (2.7) 式に状態 A および B に対する運動方程式 (2.5) と応力歪み関係式 (2.6) を代入し、境界 $\partial\,\mathbb{D}$ によって囲まれる任意の空間 $\mathbb{D}$ で積分する。さらに境界 $\partial\,\mathbb{D}$ の外向き法線ベクトルを n としてガウスの発散定理を適用すると、次の相反定理が得られる。

$$\int_{\mathbb{D}}\{\hat{p}_A\hat{q}_B - \hat{v}_{i,A}\hat{f}_{i,B} - \hat{q}_A\hat{p}_B + \hat{f}_{i,A}\hat{v}_{i,B}\}\mathrm{d}^3\mathrm{x} = \oint_{\partial\mathbb{D}}\{\hat{p}_A\hat{v}_{i,B} - \hat{v}_{i,A}\hat{p}_B\}n_i\mathrm{d}^2\mathrm{x} \tag{2.8}$$

この関係式では、被積分関数中の積は時間領域においてはコンボリューションに対応していることから、この相反定理は「コンボリューション型相反定理」と呼ばれる。

損失のない媒質においては時間反転理論を適用することができ、周波数領域において時間反転した物理量は複素協約に置換できる。従って、震源項を $\hat{f}_i$ と $\hat{q}$ としたときの (2.5) 式と (2.6) 式の解を $\hat{p}$ および $\hat{v}_i$ とすると、震源項を $\hat{f}_i^*$ と $-\hat{q}^*$ としたときの (2.5) 式と (2.6) 式の解は $\hat{p}^*$ および $-\hat{v}_i$ となる。但し、$*$ は複素共役を表す。状態 A においてこの時間反転理論を適用すると、(2.7) 式において

$$\hat{f}_{i,A} \to \hat{f}_{i,A}^*, \qquad \hat{q}_A \to \hat{q}_A^*, \qquad \hat{p}_A \to \hat{p}_A^*, \qquad \hat{v}_{i,A} \to \hat{v}_{i,A}^* \tag{2.9}$$

という置き換えが可能となり、次の関係式を得ることができる。

$$\int_{\mathbb{D}}\{\hat{p}_A^*\hat{q}_B + \hat{v}_{i,A}^*\hat{f}_{i,B} + \hat{q}_A^*\hat{p}_B + \hat{f}_{i,A}^*\hat{v}_{i,B}\}\mathrm{d}^3\mathrm{x} = \oint_{\partial\mathbb{D}}\{\hat{p}_A^*\hat{v}_{i,B} + \hat{v}_{i,A}^*\hat{p}_B\}n_i\mathrm{d}^2\mathrm{x} \tag{2.10}$$

この関係式では被積分関数中の乗算が時間領域においては相互相関に対応してることから、この相反定理は「コリレーション型相反定理」と呼ばれる。

2.2　地震波干渉法の基本式の導出

時間反転理論と相反定理から、地震波干渉法の基礎式を導く。

二つの独立した状態 A と状態 B において、領域 $\mathbb{D}$ 内の点 x_A 及び点 x_B にそれぞれインパルス点震源を与える。

$$q_A(\mathrm{x}, t) = \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_A)\delta(t) \tag{2.11}$$

$$q_B(\mathrm{x}, t) = \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_B)\delta(t) \tag{2.12}$$

周波数領域では次式となる。

$$\hat{q}_A(\mathrm{x}, \omega) = \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_A) \tag{2.13}$$

$$\hat{q}_B(\mathrm{x}, \omega) = \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_B) \tag{2.14}$$

また、体積力に関する震源はゼロとする。

$$\hat{f}_{i,A}(\mathrm{x}, t) = 0 \tag{2.15}$$

$$\hat{f}_{i,B}(\mathrm{x}, t) = 0 \tag{2.16}$$

これより、状態 A における波動場 $\hat{p}_A$,$\hat{v}_{i,A}$ と状態 B における波動場 $\hat{p}_B$,$\hat{v}_{i,B}$ はグリーン関数を用いて、(2.5) 式と (2.6) 式から次のように表せる。

$$\begin{aligned}
\hat{p}_A(\mathrm{x}, \omega) &= \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega) && (2.17)\\
\hat{v}_{i,A}(\mathrm{x}, \omega) &= -(j\omega\rho(\mathrm{x}))^{-1}\partial_i\hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega) && (2.18)\\
\hat{p}_B(\mathrm{x}, \omega) &= \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) && (2.19)\\
\hat{v}_{i,B}(\mathrm{x}, \omega) &= -(j\omega\rho(\mathrm{x}))^{-1}\partial_i\hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) && (2.20)
\end{aligned}$$

$\hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega)$ は、点 x_A のインパルス震源に対する点 x におけるグリーン関数 $G(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega)$ をフーリエ変換したもので、$\hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega)$ は同様に点 x_B のインパルス震源に対する点 x でのグリーン関数 $G(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega)$ の周波数領域における表現である。

次に、(2.13) 式から (2.20) 式までを、コンボリュータイプの相反定理 (2.8) 式に代

入すると

$$
\begin{aligned}
(\text{左辺}) &= \int_{\mathbb{D}} (\hat{p}_A \hat{q}_B - \hat{v}_{i,A} \cdot 0 - \hat{q}_A \hat{p}_B + 0 \cdot \hat{v}_{i,B}) \mathrm{d}^3\mathrm{x} \\
&= \int_{\mathbb{D}} \left\{ \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega)\delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_B) - \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_A)\hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) \right\} \mathrm{d}^3\mathrm{x} \\
&= \hat{G}(\mathrm{x}_B, \mathrm{x}_A, \omega) - \hat{G}(\mathrm{x}_A, \mathrm{x}_B, \omega) \qquad (2.21) \\
(\text{右辺}) &= \oint_{\partial\mathbb{D}} \left\{ \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega) \left(-\frac{1}{j\omega\rho} \right) \partial_i \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) \right. \\
&\quad \left. - \left(\partial_i \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega) \right) \left(-\frac{1}{j\omega\rho} \right) \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) \right\} n_i \mathrm{d}^2\mathrm{x} \qquad (2.22)
\end{aligned}
$$

となり、次の関係式を得る。

$$
\begin{aligned}
\hat{G}(\mathrm{x}_B, \mathrm{x}_A, \omega) - \hat{G}(\mathrm{x}_A, \mathrm{x}_B, \omega) &= \oint_{\partial\mathbb{D}} \left(-\frac{1}{j\omega\rho(\mathrm{x})} \right) \left\{ \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega)\partial_i \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) \right. \\
&\quad \left. - \left(\partial_i \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega) \right) \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) \right\} n_i \mathrm{d}^2\mathrm{x} \qquad (2.23)
\end{aligned}
$$

ここで、$\partial\mathbb{D}$ が有限の球表面のとき、グリーン関数の放射条件より、(2.23) 式の右辺は 0 になる。よって次の震源-受振点間の相反関係を得る。

$$
\hat{G}(\mathrm{x}_B, \mathrm{x}_A, \omega) = \hat{G}(\mathrm{x}_A, \mathrm{x}_B, \omega) \qquad (2.24)
$$

これは、x_A に震源を置いて x_B で受振する経路のグリーン関数が、x_B に震源を置いて x_A で受振する経路のグリーン関数と等しいことを示している。

次に、(2.13) 式から (2.20) 式までを、コリレーションタイプの相反定理 (2.10) 式に代入する。

$$
\begin{aligned}
(\text{左辺}) &= \int_{\mathbb{D}} (\hat{p}^*_A \hat{q}_B + \hat{v}^*_{i,A} \cdot 0 + \hat{q}^*_A \hat{p}_B + 0 \cdot \hat{v}_{i,B}) \mathrm{d}^3\mathrm{x} \\
&= \int_{\mathbb{D}} \left\{ \hat{G}^*(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega)\delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_B) + \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x}_A)\hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) \right\} \mathrm{d}^3\mathrm{x} \\
&= \hat{G}^*(\mathrm{x}_B, \mathrm{x}_A, \omega) + \hat{G}(\mathrm{x}_A, \mathrm{x}_B, \omega) \qquad (2.25) \\
(\text{右辺}) &= \oint_{\partial\mathbb{D}} \left\{ \hat{G}^*(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega) \left(-\frac{1}{j\omega\rho} \right) \partial_i \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) \right. \\
&\quad \left. - \left(\partial_i \hat{G}^*(\mathrm{x}, \mathrm{x}_A, \omega) \right) \left(-\frac{1}{j\omega\rho} \right) \hat{G}(\mathrm{x}, \mathrm{x}_B, \omega) \right\} n_i \mathrm{d}^2\mathrm{x} \qquad (2.26)
\end{aligned}
$$

となり、次の関係式を得る。

$$\begin{aligned}\hat{G}^*(\mathrm{x}_B,\mathrm{x}_A,\omega)+\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x}_B,\omega) &= \oint_{\partial\mathbb{D}}\left(-\frac{1}{j\omega\rho(\mathrm{x})}\right)\Big\{\hat{G}^*(\mathrm{x},\mathrm{x}_A,\omega)\partial_i\hat{G}(\mathrm{x},\mathrm{x}_B,\omega)\\ &\quad -\left(\partial_i\hat{G}^*(\mathrm{x},\mathrm{x}_A,\omega)\right)\hat{G}(\mathrm{x},\mathrm{x}_B,\omega)\Big\}n_i\mathrm{d}^2\mathrm{x} \qquad (2.27)\end{aligned}$$

(2.24) 式と (2.27) 式より次式を得る。

$$\begin{aligned}2\mathbb{R}\left\{\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x}_B,\omega)\right\} &= \oint_{\partial\mathbb{D}}\left(-\frac{1}{j\omega\rho(\mathrm{x})}\right)\Big\{\hat{G}^*(\mathrm{x}_A,\mathrm{x},\omega)\partial_i\hat{G}(\mathrm{x}_B,\mathrm{x},\omega)\\ &\quad -\left(\partial_i\hat{G}^*(\mathrm{x}_A,\mathrm{x},\omega)\right)\hat{G}(\mathrm{x}_B,\mathrm{x},\omega)\Big\}n_i\mathrm{d}^2\mathrm{x} \qquad (2.28)\end{aligned}$$

ここで $\mathbb{R}$ は実部を示す。積分中の $\hat{G}$、$\partial\hat{G}n_i$ はそれぞれモノポール震源の応答とダイポール震源の応答である。よって、(2.28) 式の右辺は空間-時間領域で、$\partial\mathbb{D}$ 上の x の震源による x_A と x_B の観測記録の相互相関であると解釈できる (図 2.1)。

次に (2.28) を単純化する。ここで $\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x},\omega)$ と $\hat{G}(\mathrm{x}_B,\mathrm{x},\omega)$ を、$\hat{G}_A$ と $\hat{G}_B$ と書く。不均質領域内で $\hat{G}_A$ は、外側に向かって反射と屈折を繰り返し x_A に到達する波と、内側に向かって x_A に到達する波を含んでいる (図 2.2)。

$$\hat{G}_A = \hat{G}_A^{in}+\hat{G}_A^{out} \qquad (2.29)$$

$$\hat{G}_B = \hat{G}_B^{in}+\hat{G}_B^{out} \qquad (2.30)$$

in と out は $\partial\mathbb{D}$ 上の x の震源において、内側に向かう波と、外側に向かう波に対応する。ここで $\partial\mathbb{D}$ の外側を密度 ρ、伝播速度 c の均質領域と仮定する。すなわち、外側に向かう波は x_A に到達せず、$\hat{G}_A$ への寄与は内側に向かう波のみとなる。

$$\hat{G}_A = \hat{G}_A^{in} \qquad (2.31)$$

$$\hat{G}_B = \hat{G}_B^{in} \qquad (2.32)$$

これを用いて (2.28) 式は次式となる。

$$2\mathbb{R}\left\{\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x}_B,\omega)\right\}=-\frac{1}{j\omega\rho}\oint_{\partial\mathbb{D}}\left\{\hat{G}_A^{in*}\partial_i\hat{G}_B^{in}-(\partial_i\hat{G}_A^{in*})\hat{G}_B^{in}\right\}n_i\mathrm{d}^2\mathrm{x} \qquad (2.33)$$

$\partial\mathbb{D}$ の近傍が滑らかな媒質のとき、グリーン関数 $\hat{G}^{in}$ は伝播波に $-j\frac{\omega}{c(\mathrm{x})}|\cos\alpha(\mathrm{x})|$ をかけたものとして近似できる。ここで $c(\mathrm{x})$ は $\partial\mathbb{D}$ における伝播速度、$\alpha(\mathrm{x})$ は $\partial\mathbb{D}$ における x_A へ

伝播する波線と法線との角度である。(2.33) 式の積分に主に寄与するグリーン関数は、$\partial\mathbb{D}$ 上の「停留点」である (Wapennar and Fokkema, 2006)。この位置で、$\hat{G}_A$ と $\hat{G}_B$ の伝播波の角度の余弦の絶対値は等しい。これによって $\hat{G}_A^{in*}\partial_i\hat{G}_B^{in}$ と、$-(\partial_i\hat{G}_A^{in*})\hat{G}_B^{in}$ の積分への寄与は同じになる。このとき、(2.33) は次式となる。

$$\begin{aligned} 2\mathbb{R}\left\{\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x}_B,\omega)\right\} &= \frac{2}{j\omega\rho}\oint_{\partial\mathbb{D}}\left(\partial_i\hat{G}_A^{in*}\right)\hat{G}_B^{in}n_i\mathrm{d}^2\mathrm{x} \\ &= \frac{2}{j\omega\rho}\oint_{\partial\mathbb{D}}\left(\partial_i\hat{G}^*(\mathrm{x}_A,\mathrm{x},\omega)\right)\hat{G}(\mathrm{x}_B,\mathrm{x},\omega)n_i\mathrm{d}^2\mathrm{x} \end{aligned} \tag{2.34}$$

ここでモノポール震源応答 $\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x},\omega)$ は伝播波に $-j\frac{\omega}{c(\mathrm{x})}|\cos\alpha(\mathrm{x})|$ をかけたものとして近似できた。$\partial\mathbb{D}$ が十分大きな径の半球のとき、すべての波は $\partial\mathbb{D}$ に直行し、$\alpha\approx 0$ となる。よってダイポール震源応答を次のように近似する。

$$\partial_i\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x},\omega)n_i \approx -j\frac{\omega}{\rho c}\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x},\omega) \tag{2.35}$$

これを用いて次式を得る。

$$2\mathbb{R}\left\{\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x}_B,\omega)\right\} \approx \frac{2}{\rho c}\oint_{\partial\mathbb{D}}\hat{G}^*(\mathrm{x}_A,\mathrm{x},\omega)\hat{G}(\mathrm{x}_B,\mathrm{x},\omega)\mathrm{d}^2\mathrm{x} \tag{2.36}$$

これが地震波干渉法の式である。すなわち空間-時間領域では、x_A 観測記録と x_B 観測記録の相互相関を $\partial\mathbb{D}$ に沿って積分すると、x_B を震源とする x_A の観測記録を得ることができる。

ここで積分領域が $\partial\mathbb{D}$ が自由表面 $\partial\mathbb{D}_0$ と任意の曲面 $\partial\mathbb{D}_1$ で構成される場合を考える (図 2.3)。このとき自由表面 $\partial\mathrm{D}_0$ 上で $\hat{p}n_i = 0$ であるため、$\partial\mathbb{D}_0$ 上の積分は消える。すなわち次式を得る。

$$2\mathbb{R}\left\{\hat{G}(\mathrm{x}_A,\mathrm{x}_B,\omega)\right\} \approx \frac{2}{\rho c}\oint_{\partial\mathbb{D}_1}\hat{G}^*(\mathrm{x}_A,\mathrm{x},\omega)\hat{G}(\mathrm{x}_B,\mathrm{x},\omega)\mathrm{d}^2\mathrm{x} \tag{2.37}$$

これが自由表面を含むときの地震波干渉法の式である。x_A の観測記録と x_B の観測記録の相互相関を自由表面を除く $\partial\mathbb{D}_1$ に沿って積分すると、x_B を震源とする x_A の観測記録を得ることができる。

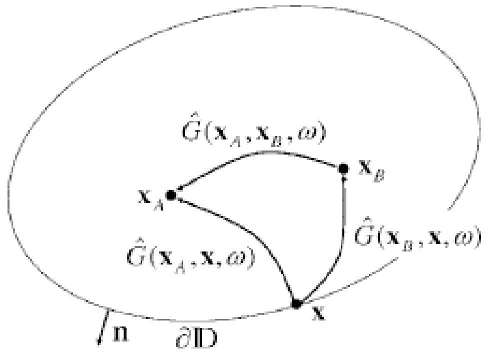


図 2.2: グリーン関数 $\hat{G}(\mathrm{x}_A, \mathrm{x}_B, \omega)$ は、(2.28) 式より x_A と x_B の観測記録の相互相関によって表せる (from Wapenaar and Fokkema, 2006)。

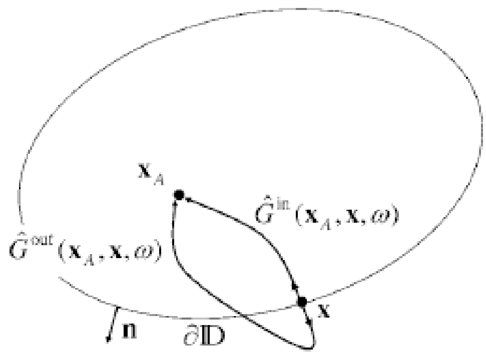


図 2.3: グリーン関数 $\hat{G}(\mathrm{x}_A, \mathrm{x}, \omega)$ を構成するのは、$\partial\mathbb{D}$ の内側へ伝播する波 $\hat{G}^{in}(\mathrm{x}_A, \mathrm{x}, \omega)$ と、外側へ伝播する波 $\hat{G}^{out}(\mathrm{x}_A, \mathrm{x}, \omega)$ である (from Wapenaar and Fokkema, 2006)。

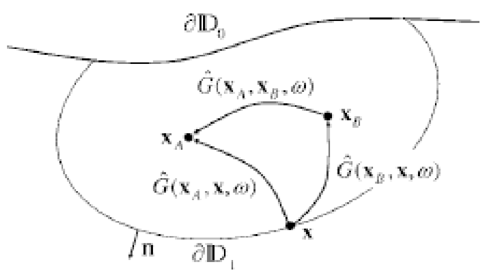


図 2.4: 自由表面 $\partial\mathbb{D}_0$ が存在するとき、グリーン関数 $\hat{G}(\mathrm{x}_A, \mathrm{x}_B, \omega)$ は自由表面を除く領域 $\partial\mathbb{D}_1$ の積分のみで再現できる (from Wapenaar and Fokkema, 2006)。

第3章　地下構造のイメージング
〜上越新幹線の振動を用いた地下構造解析〜

本章では、地震波干渉法を実際の電車振動に適用し、地下構造の可視化を試みる。解析に用いたデータは 2007 年 8 月に新潟県と京都府で探査を行って得られたものである。

3.1　周辺の地質

測線周辺の地質図を図 3.1 に示す。測線は山間を走る道路であり、東山背斜の西向きに傾いたところを、背斜にほぼ沿った形で走っている。測線周辺は泥岩層 (図の青いところ) からなり、それを挟む形で砂岩泥岩互層 (図の橙のところ) が発達している。

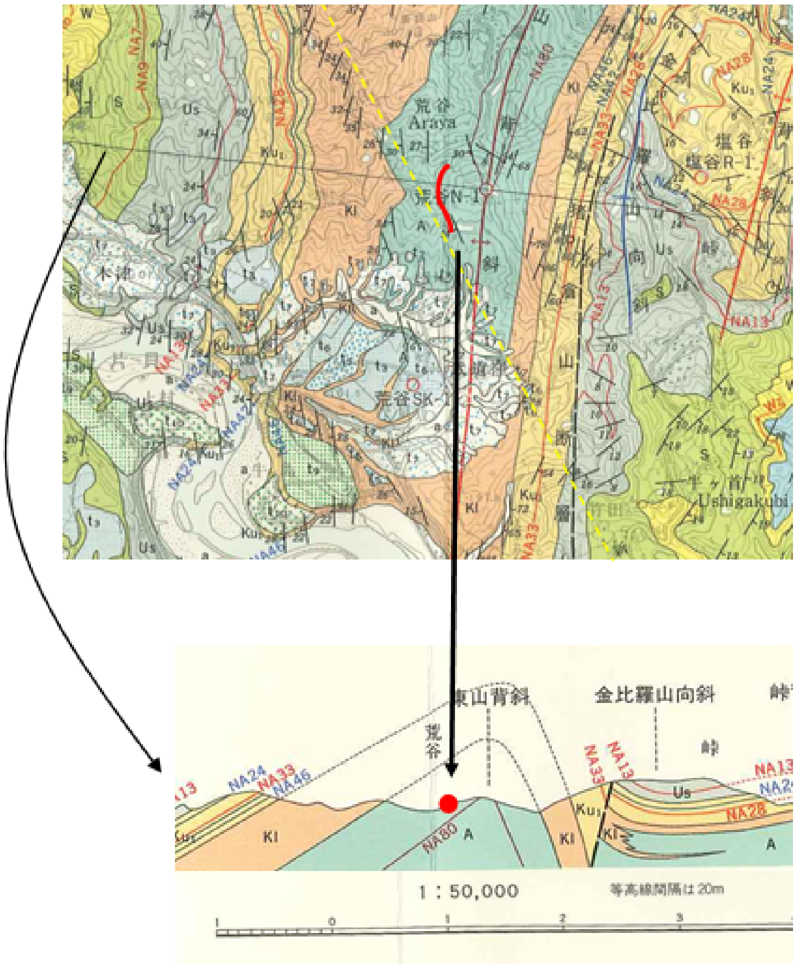


図 3.1: 周辺地質

赤の実線が測線、黄色の破線が新幹線の魚沼トンネル

3.2 使用データ

2007 年の 8 月に上越新幹線の魚沼トンネルの近くで振動の計測を行った (図 3.1)。測線のデータは表 3.1 のとおりである。

測線の位置を図 3.2 に示す。本調査地域は山間部のため、周辺に幹線道路などがない。受振器は道路上に設置したが、自動車の交通量は 1 日に大体 3、4 台くらいで、ノイズの極めて少ない地域である。また、測線は曲がっており、標高差がある (図 3.3)。上越新幹線は測線から見て南西に約 300m、鉛直下向きに約 100m 離れたところを通っている。ここでは受振器を南から 1、2、⋯ 、108 番と番号をつけた。図 3.4 に現場写真を示す。

観測システムは、サンコーコンサルタント (株) のものを利用している。図 3.5 に受振器を示す。これは 1 成分受振器をグルーピングしたものである。このグルーピングにより、それぞれの受振器で得た波を足し合わせて、より精度の高いシグナルを得ることができる。受振器は、ケーブル (図 3.6) を通じて探鉱機 (図 3.7) に接続している。それぞれの探鉱機は、前後 6 個ずつの受振機のデータを集約し、まとめて PC へデータを送信した。システムの概略図を図 3.8 に示す。

表 3.1: 観測パラメータ

測線長	1070m
受振器	鉛直 1 成分
受振点間隔	10m
受振点の数	108
サンプリング間隔	1ms
観測時間	1 時間毎に長時間観測

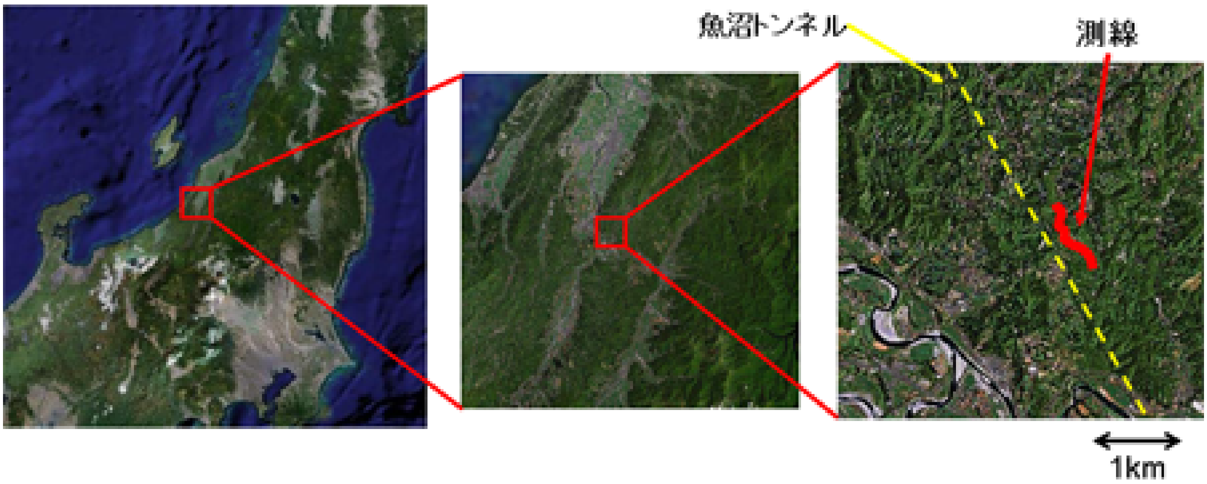


図 3.2: 測線位置 (from Google map)

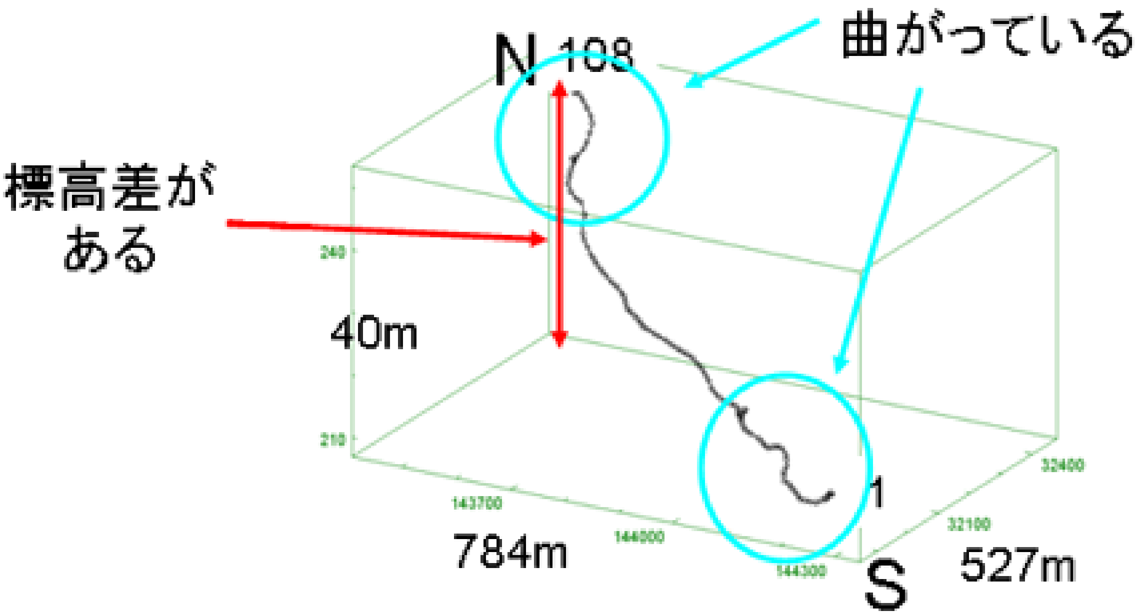


図 3.3: 測線のジオメトリ

図 3.4: 現場写真 (上段が 15 番付近、下段が 75 番付近)

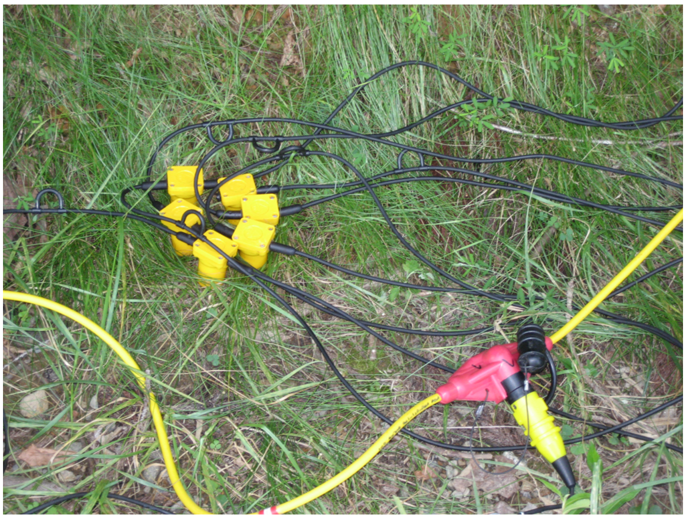


図 3.5: 受振器

図 3.6: ケーブル

図 3.7: 探鉱機

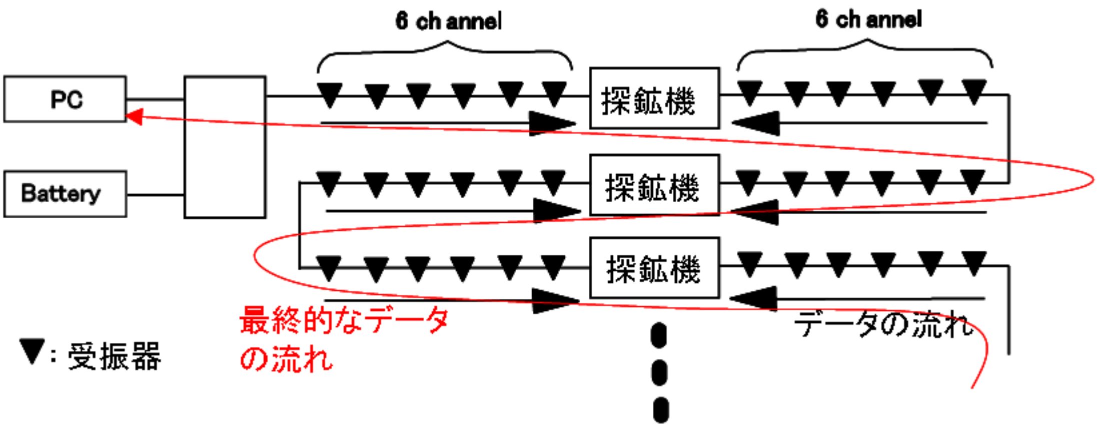


図 3.8: 観測システム

3.3 データ解析

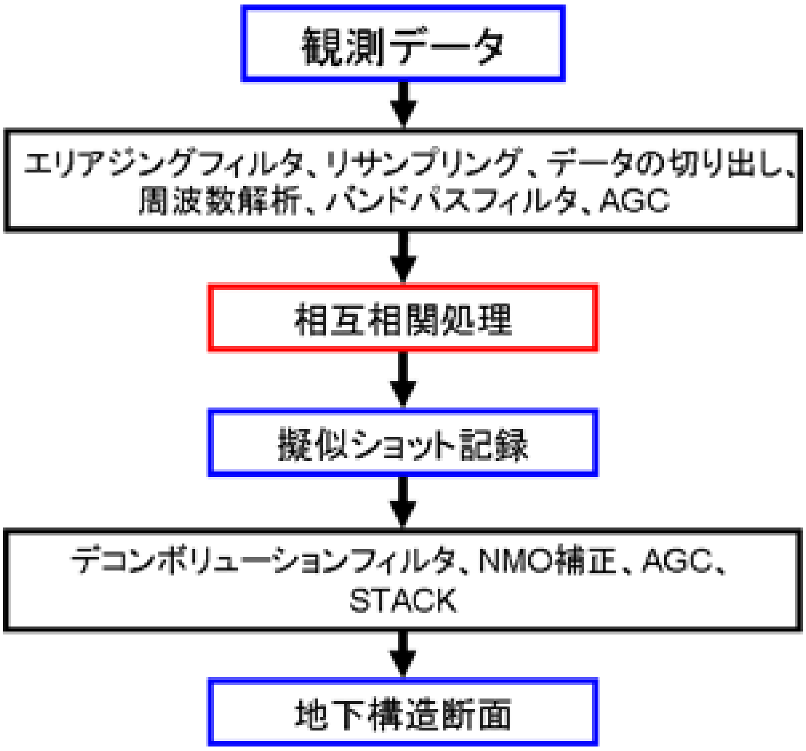


図 3.9: 処理フロー

処理フローを図 3.9 に示す。まず、処理速度向上のため、エリアジングフィルタ、サンプリング間隔を $2ms$ にリサンプリングを行った。これに伴い、ナイキスト周波数が $250Hz$ になった。次に相互相関前に観測データから電車のデータを卓越させる処理を行った。各ファイルは 30 秒分のデータからなっているため、一本の電車が一つのファイルに入っていないケースがある。図 3.10 では、図左から図右へと電車が走っている。そこで、一本の電車振動が一つのファイルになるようにデータを切り貼りする必要がある。これは、電車の振動同士を相互相関するためである。図 3.10 左と図 3.10 右を貼り合わせることで図 3.11 を得られる。電車を切り出したファイルの長さは 60 秒で、6 日間の観測で 97 本の電車のデータを得ることができた。また、図 3.11 から電車の速度は 40m/s(140km/h) 程度であることがわかる。

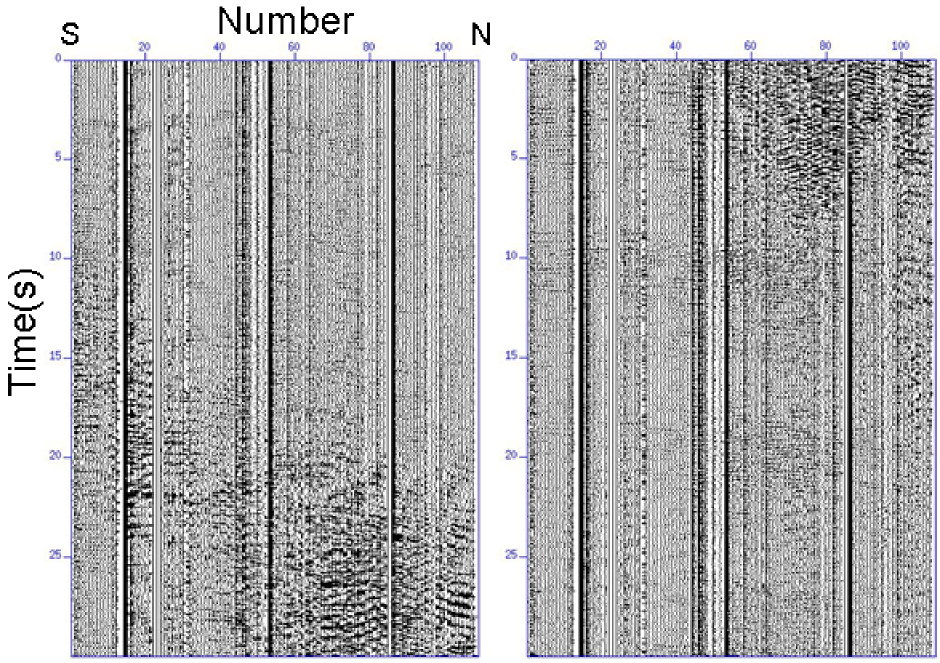


図 3.10: 観測データ::ファイル切り貼り前

縦軸:時間、横軸:受振器番号

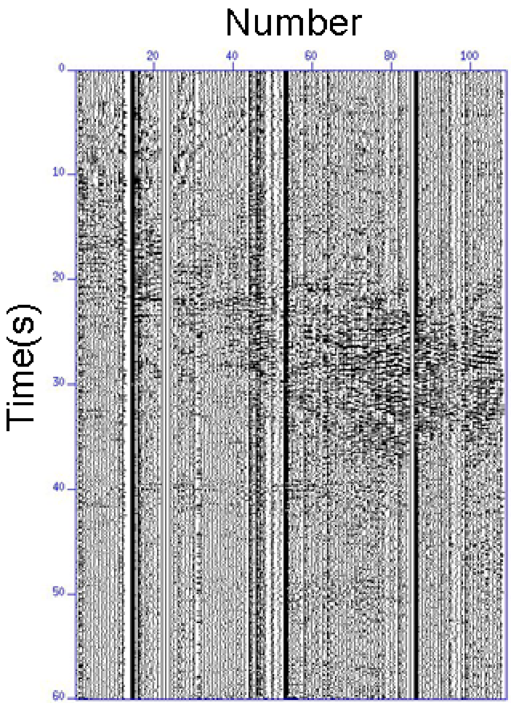


図 3.11: 観測データ::ファイル切り貼り後

縦軸:時間、横軸:受振器番号

97 本の電車データの周波数解析を行った (図 3.12)。電車が走っているときと走っていないときの周波数を比べることで、電車の周波数帯を知ることができる。ここからバンドパスフィルタの周波数帯を決める。今回は $10-150Hz$ 部分を残すフィルタをかけた。その後、97 個のファイルから電車のシグナルが卓越しているもの 39 本を選んだ。

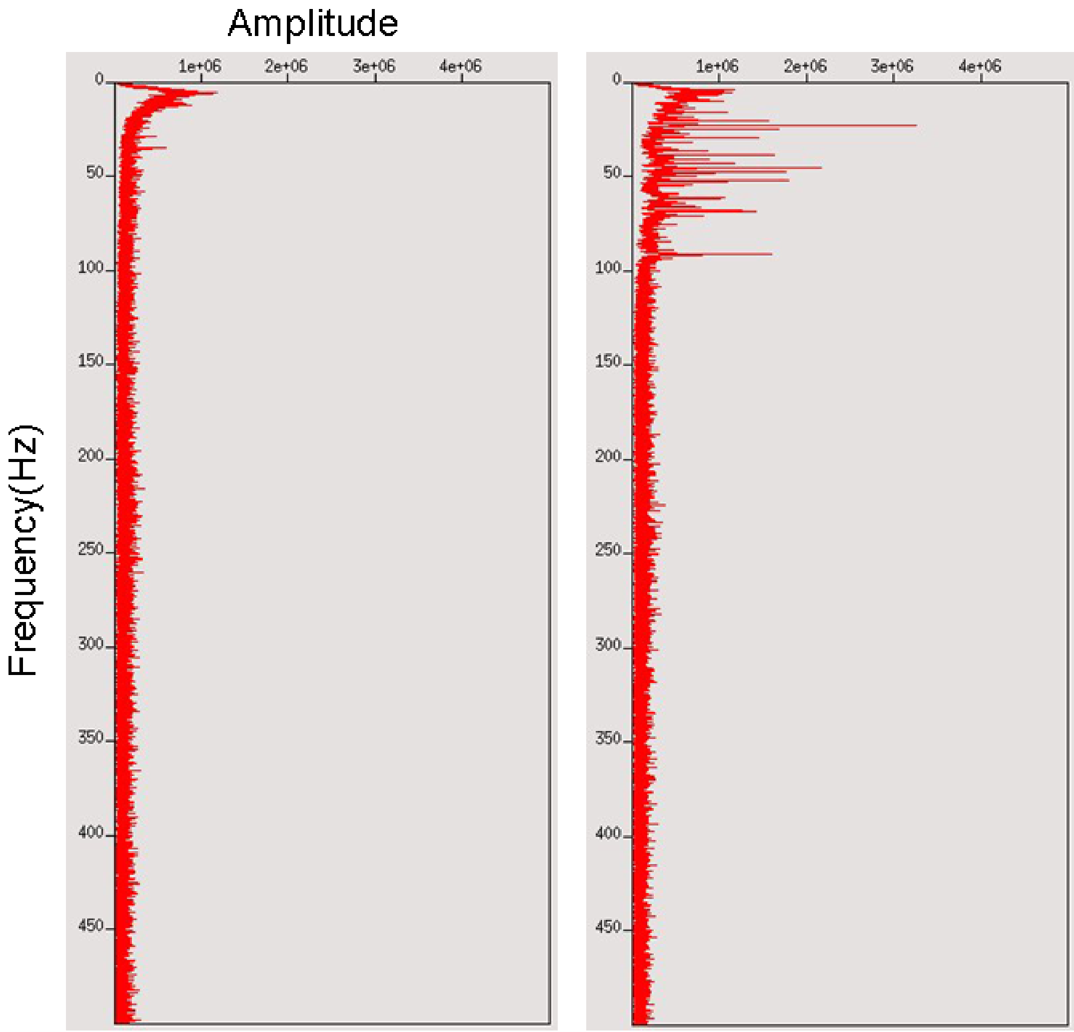


図 3.12: 周波数 左:電車が走っていないときの周波数、右:電車が走っているときの周波数 縦軸:周波数、横軸:振幅

この 39 本のファイルを相互相関し、擬似ショット記録を合成した (図 3.13、図 3.14)。これらの図から、P 波と S 波を確認することができる。さらに、それぞれの速度が読み取ることができ、P 波は 2000m/s、S 波は 500m/s であることがわかる。35 番が震源のショット

記録は、84 番が震源のショット記録に比べて波が不明瞭である。人工地表震源によるショット記録からも同様の特徴が見られることから、地盤の影響であると考えられる。

次に、得られた擬似ショット記録を用いて、通常の反射法地震探査と同じように CMP による重合によって地下構造断面の作成を試みた。繰り返しノイズを抑制するためにデコンボリューションフィルタをかけ、その後 NMO 補正や CMP による重合を行い、地下構造断面を合成した (図 3.15)。この図から、浅層構造のイメージングができていることがわかる。その際用いた CMP を図 3.16 に示す。今回は 2 次元解析のため、CMP は直線となる。なお、測線が曲がっていたため、合成できた地下構造断面の水平距離は約 $900m$ となった。

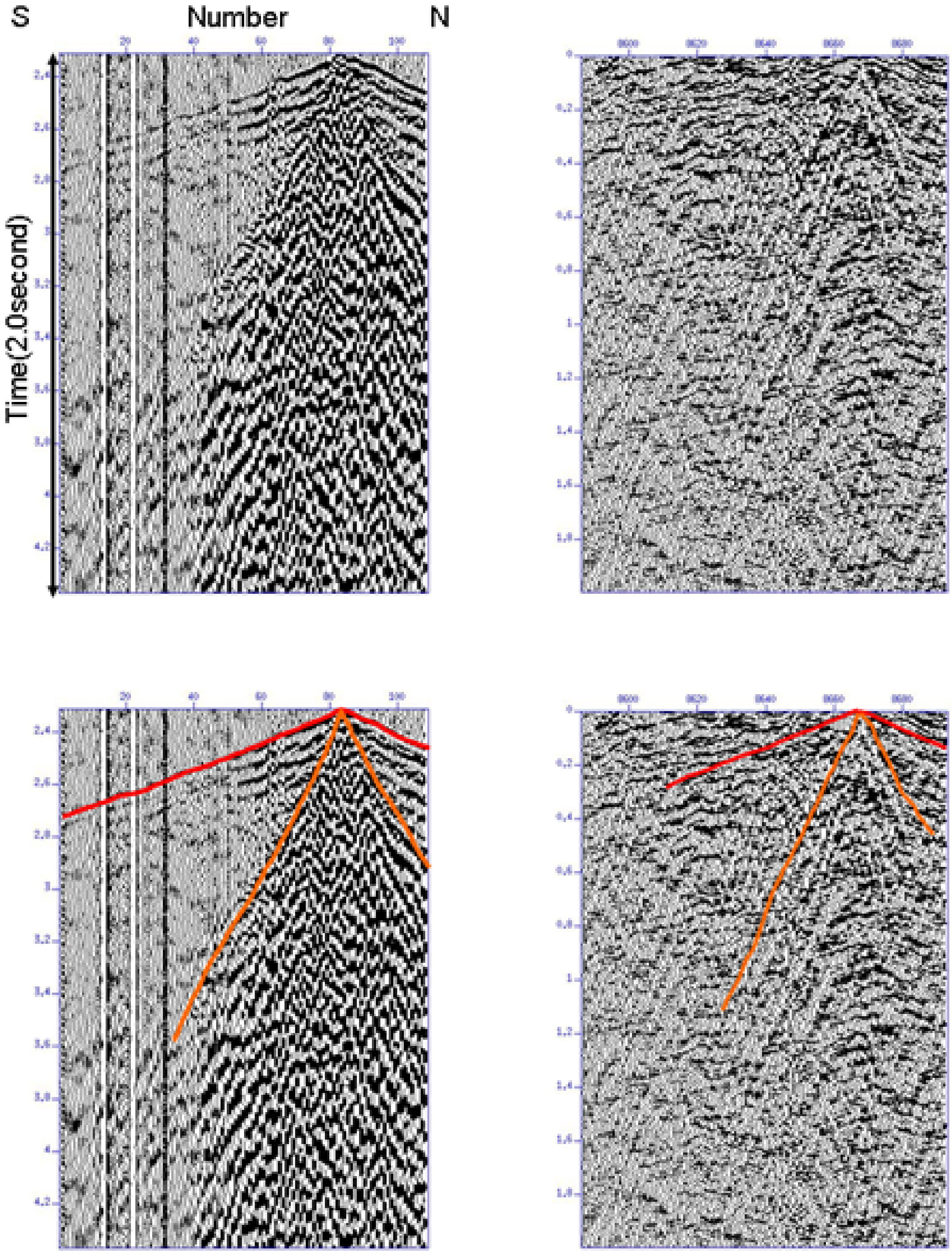


図 3.13: ショット記録 (受振器 83 番が震源)

左:地表震源によるショット記録、右:地震波干渉法により得られた擬似ショット記録

下段の図は、上段の図により見られた波に補助線を描いたもの。縦軸:時間、横軸:受振器番号。

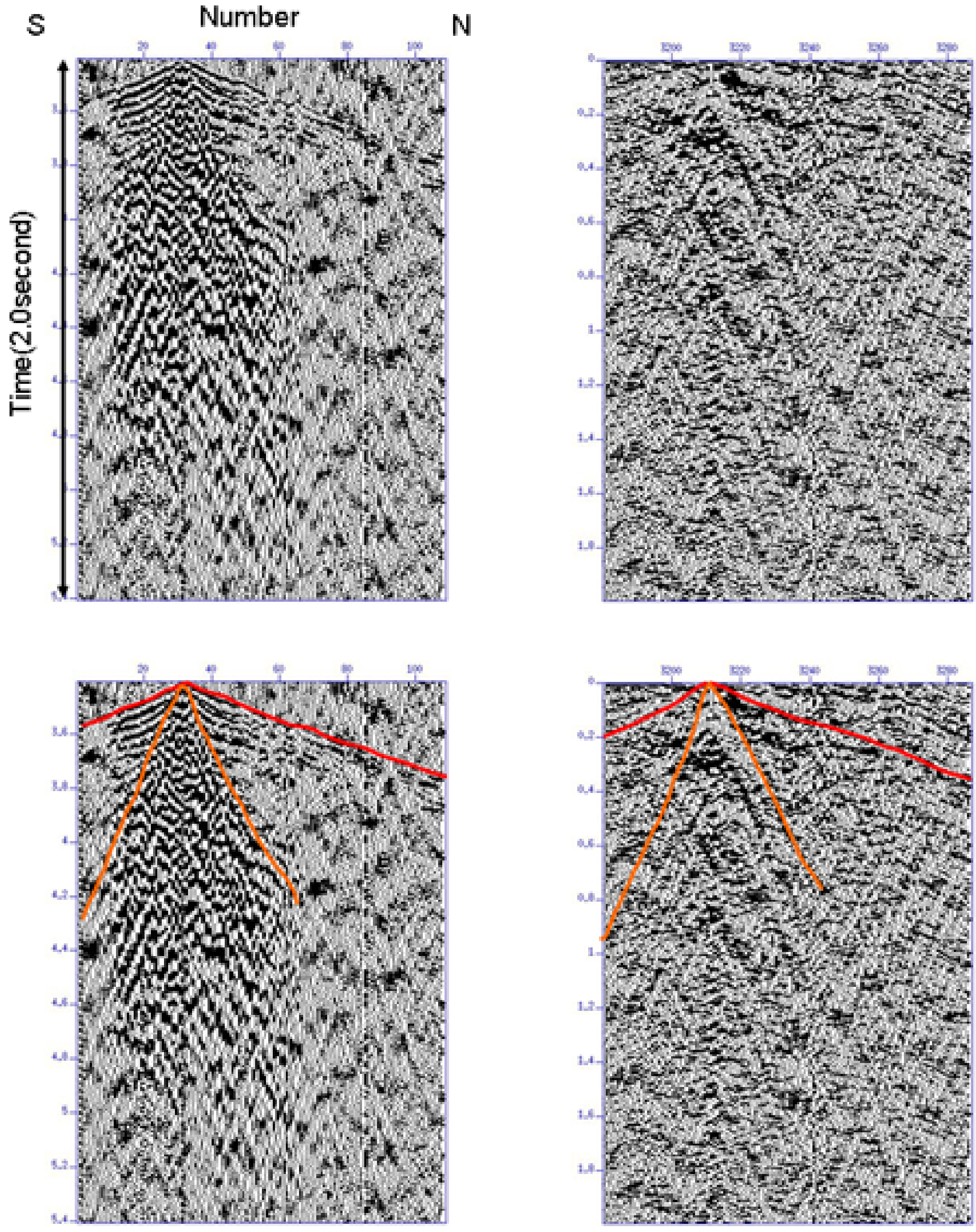


図 3.14: ショット記録 (受振器 35 番が震源)

左:地表震源によるショット記録、右:地震波干渉法により得られた擬似ショット記録

下段の図は、上段の図により見られた波に補助線を描いたもの。縦軸:時間、横軸:受振器番号。

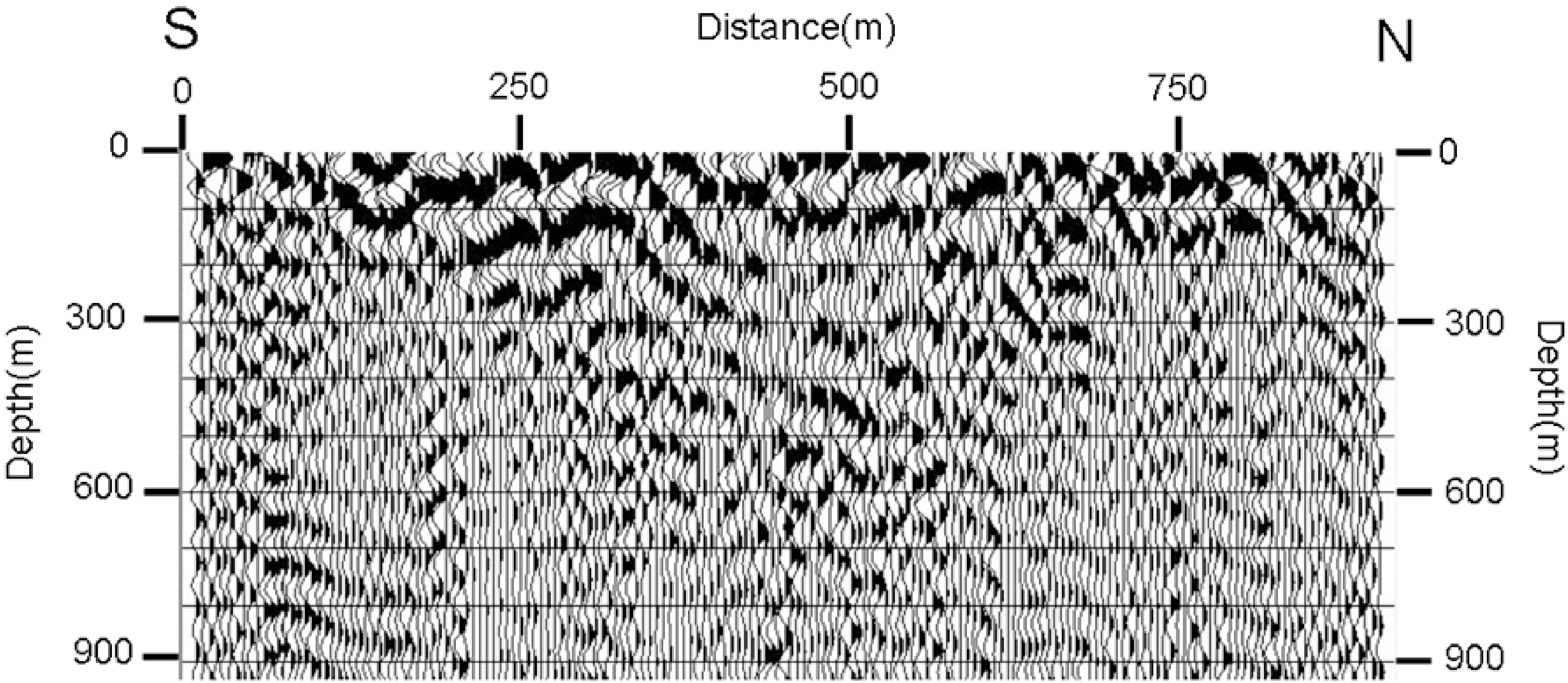


図 3.15: 地下構造断面

縦軸:深さ、横軸:距離

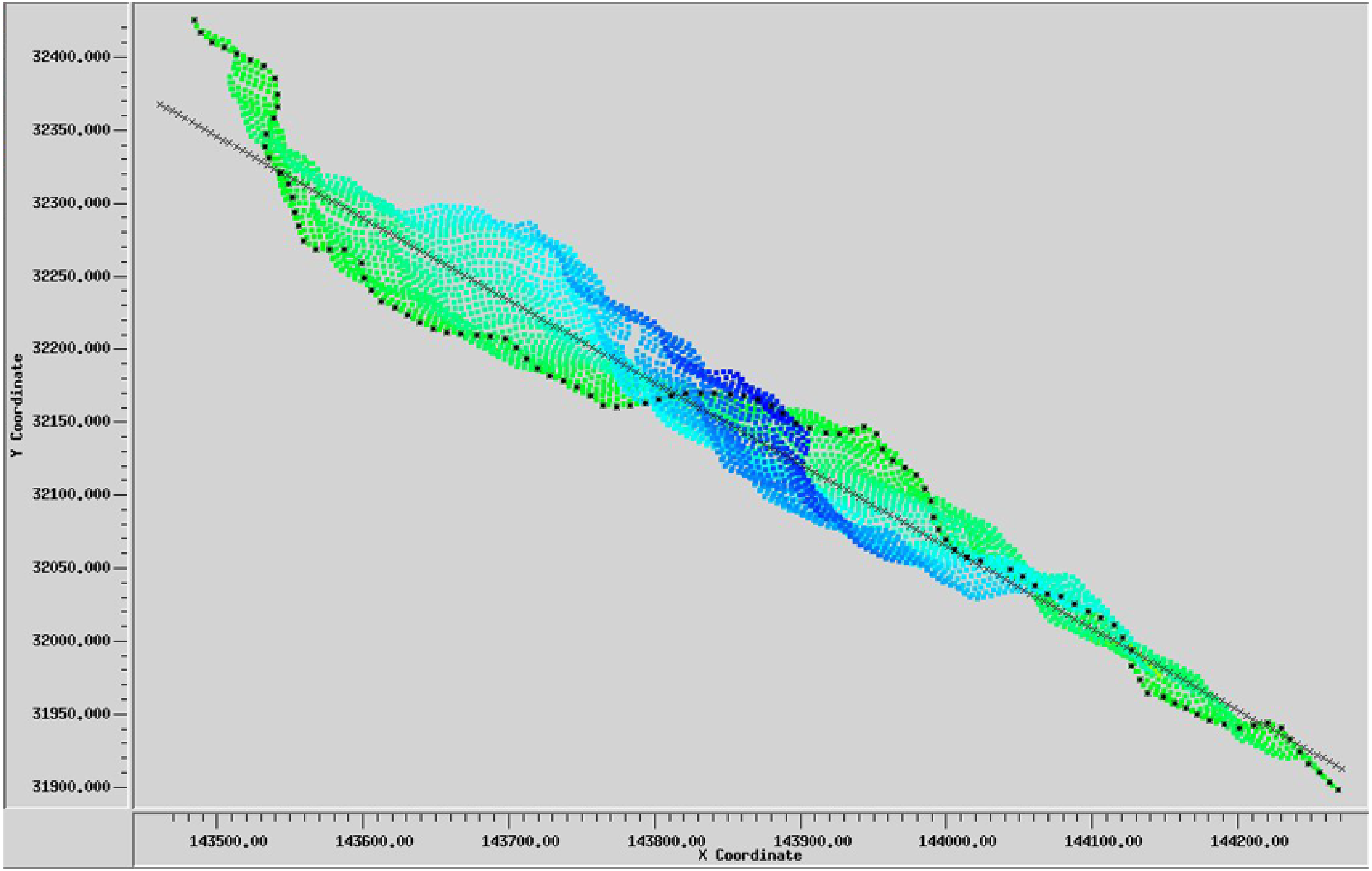


図 3.16: CMP 図

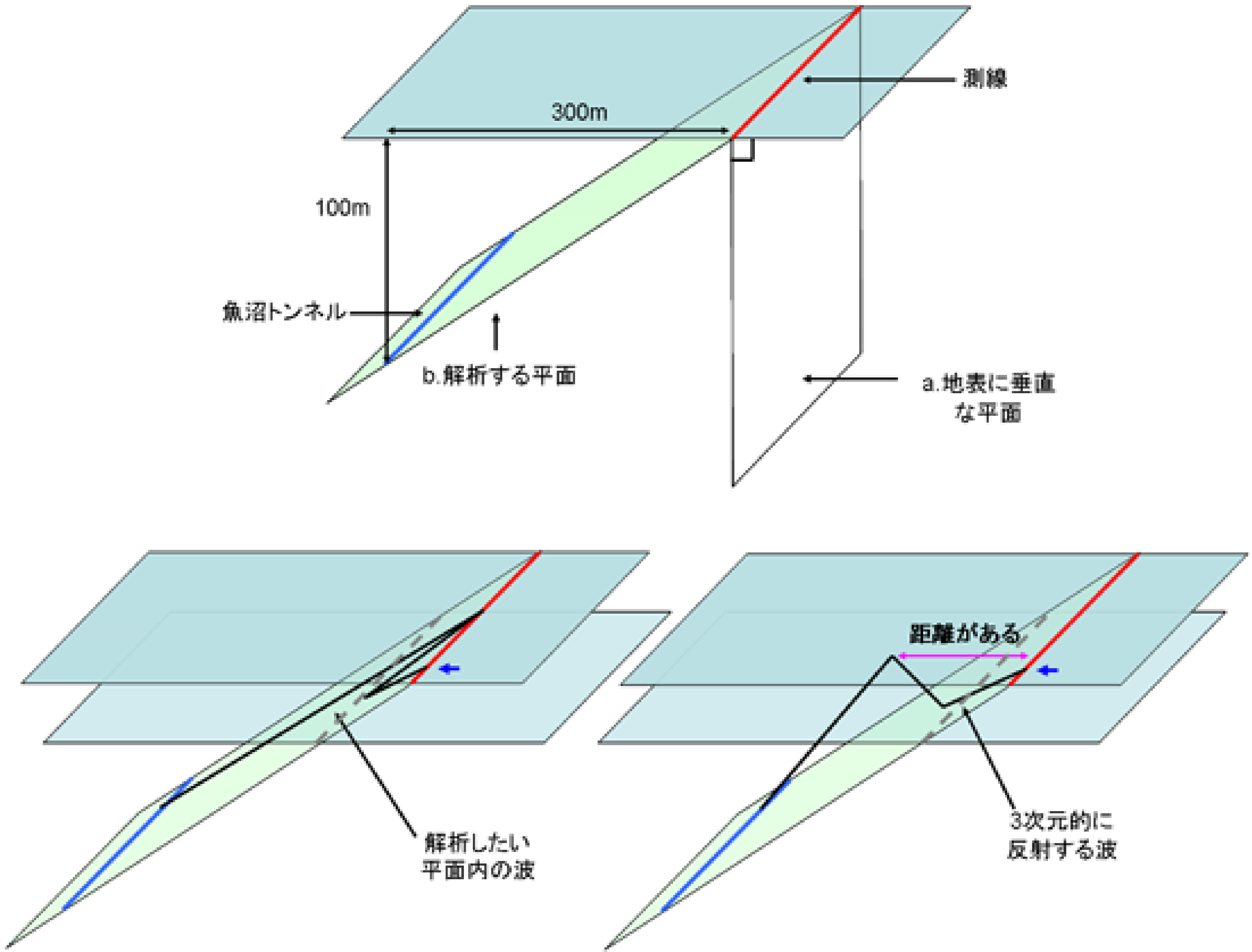
黒い×印が CMP、黒い点が受振器、緑や青の点がそれぞれの受振器の中点

3.4 考察

今回の現場は電車以外の振動が少なく、S/N の高いデータであった。そのため、電車のシグナルを卓越させる処理がそれほど難しくなかった。このため、擬似ショット記録は綺麗に合成することができた。しかし、重合処理後において構造が同定されるのはせいぜい $500m$ 位である。これは電車の振動が弱いためであると考えられる。これは、もともとの観測データに深い地層からの反射波のシグナルが入っていなかったためで、フィルタなどの処理で解決する問題ではない。電車を振動源とした地震波干渉法では、浅層構造を対象にするしかないと考えられる。

また、今回の現場は測線と振動源である上越新幹線との距離が離れている。本研究の地震波干渉法は 2 次元解析なので測線と震源は 2 次元平面上になければならない。つまり、今回の解析断面は図 3.17 上 b 面のようになる。地震波干渉法では震源から直接伝わってくる波と、一度地表で反射して再び戻ってきた波を相互相関することで擬似ショット記録を合成するわけであるが、地表で反射した波の中で必要なものは受振器付近で反射していった波となる (図 3.17 左下)。2 次元解析なので、地表で反射した波でも、受振器から離れたところで反射した波は解析には使えない (図 3.17 右下)。測線から見て電車が真下を走っていれば、最も強い反射波は必ず受振器の近くで反射した波となるわけだが、今回のようなケースでは、測線と電車を通る 2 次元から大きく離れたところで反射した波が実際使いたい反射波よりも強くなる可能性がある。

今回は人工地表振源によるショット記録と、地震波干渉法によって得られた擬似ショット記録との整合性から、これらのことは誤差の範囲であるとした。しかし、もし電車と測線がさらに離れたところで地震波干渉法を適用する場合には、3 次元的な反射を考慮する必要がある。



測線
300m
100m
魚沼トンネル
b.解析する平面
a.地表に垂直
な平面
距離がある
解析したい
平面内の波
3次元的に
反射する波

図 3.17: 解析断面

第 4 章　地下構造のイメージング
〜京阪電車の振動を用いた地下構造解析〜

4.1　周辺の地質

測線の東に約 $1km$ のところに花折断層がある。花折断層は京都市左京区吉田付近 (京都大学吉田キャンパス) から北北東に延び、全長約 $45km$ の右横ずれ断層である。人工震源を用いた反射法地震探査によって得られた京都の地下構造を図 4.1 に示す。実線が基盤である。この図は今回の測線から西に $2km$ ほど離れている。図中の矢印は、今回の測線と同じ緯度に相当する箇所である。全体的に見ると京都の基盤は北から南に向かって深くなっているが、今回の測線周辺では凸凹していることがわかる。

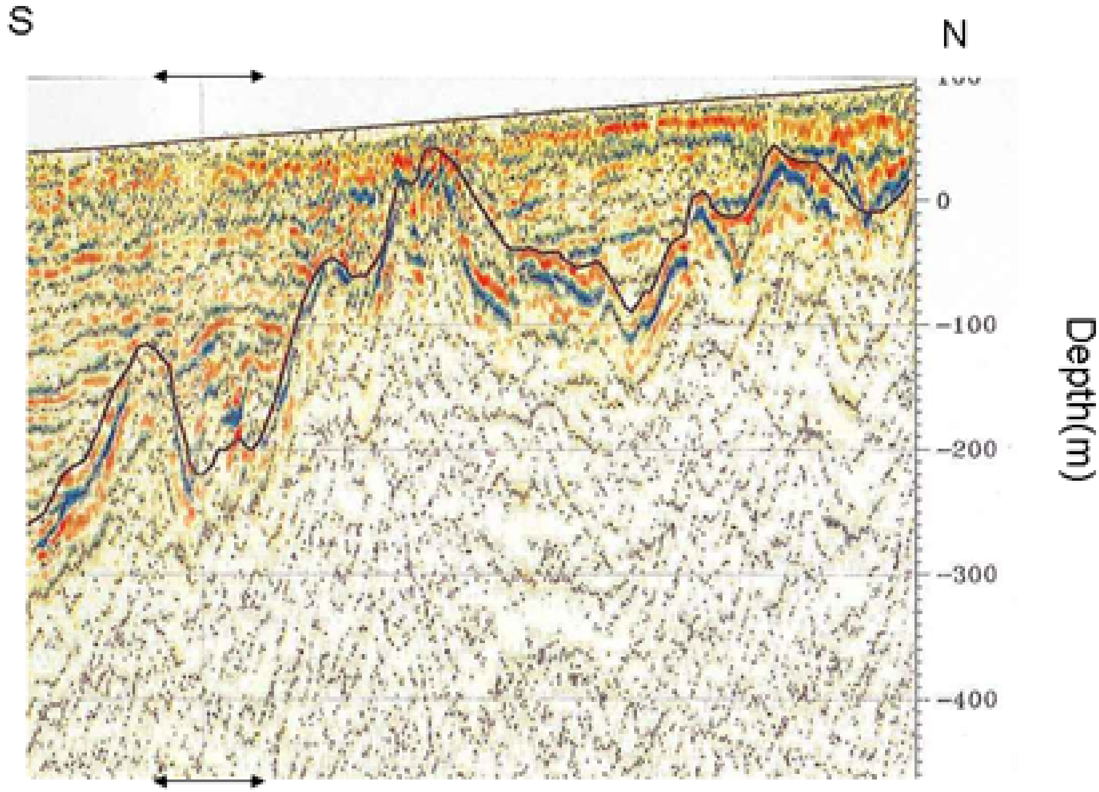


図 4.1: 京都の基盤 (from 京都盆地地下構造調査委員会)

表 4.1: 観測パラメータ

測線	A	B
測線長	1070m	155m
受振器	鉛直 1 成分	3 成分
受振点間隔	10m	5m
受振点の数	108	32
サンプリング間隔	1ms	1ms
観測時間	1 時間毎に長時間観測	1 時間毎に長時間観測

4.2 使用データ

2007 年の 8 月に京都市の鴨川沿い、京阪電車が地下を通る地点で振動の計測を行った。測線は 2 種類あり、それぞれの観測パラメータは表 4.1 の通りである。

受振器には、南から北へと 1 番から番号をつけた。測線の位置は、京都の鴨川の左岸である。測線の地図を図 4.2 に示す。また、京阪電車と測線との位置を図 4.3 に示す。3 成分の受振器 (図 4.4) により、水平 2 成分と鉛直 1 成分の弾性波を観測できる。図 4.5 に現場写真を示す。川沿いと言うこともあり、測線はほぼ直線である。

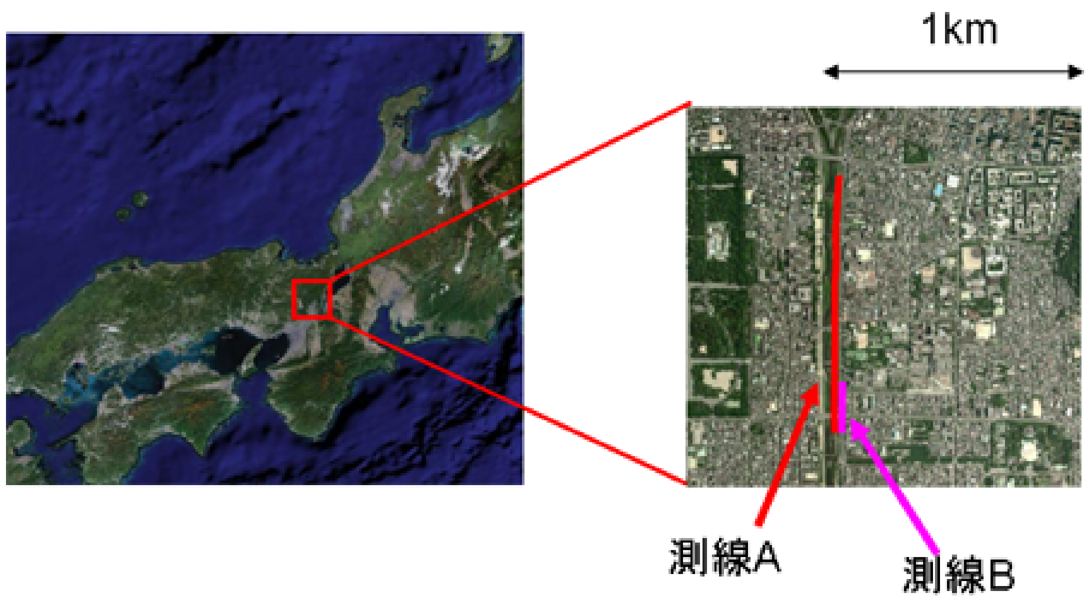


図 4.2: 鴨川測線位置 (from Google map)

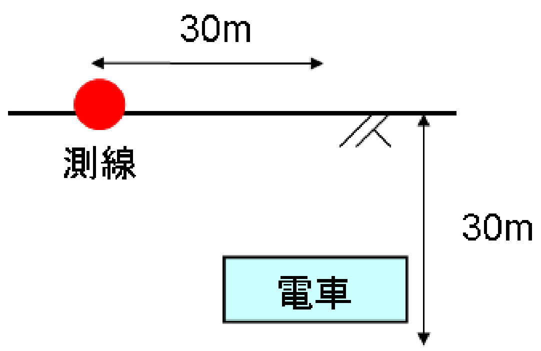


図 4.3: 断面図

図 4.4: 3 成分受振器

4.3　データ解析

京阪電車の振動は二種類の受振器で観測している。そこで、今回は鉛直成分の波、水平成分の波に分けて解析し、それぞれの特性についても考察する。

4.3.1　鉛直成分の波を用いたデータ解析

まず、測線 A で得られた鉛直成分の波に対して処理をする。処理フローは 3 章の上越新幹線のときの処理とほぼ同じものである。取得した観測データを 30 秒ごとに表示したものを図 4.6 に示す。まず、リサンプリングを行い、続いてデータの切り出しを行う。測線 A は、丸太町駅を通過する形で展開している。駅では電車の速度が変化する上、波の周波数なども変わり、相互相関してもノイズが卓越してしまう。そのため駅部分を削除し (図 4.7)、一本の電車の振動が一つのファイルに入るようにデータを切り貼りした。また、測線上で上りと下りの電車が交差する場合もあったが、相互相関は余計なシグナルを作り出すと判断したため、今回は切り出していない。

これにより、約 20 時間分のデータから電車のデータ 227 本を切り出した。図 4.7 から、

図 4.5: 現場写真

上:受振器 1 番からの写真、下:上の写真で見えている橋から受振器 1 番方向を写した写真

電車の速度は約 $15m/s$(時速 $55km$) であることがわかる。このデータは電車のシグナル以外に、車や歩行者のノイズも含まれている。これらを除去するため周波数解析 (図 4.8) を行い、$15-140Hz$ の帯域に対してバンドパスフィルタをかけた。そして、歩行者や車と電車は速度が違うので、F-K フィルタにより除去した。さらに、反射波を卓越させるため、AGC 処理を施した。これに相互相関処理を施し、疑似ショット記録 (図 4.9) を合成した。図 4.9 より、P 波速度は約 $750m/s$ と判断できる。さらに、この擬似ショット記録にフィルタ処理、CMP による重合を行い、地下構造断面を合成した (図 4.10)。擬似ショット記録にはノイズが多く確認できる。これは観測データ (図 4.6) にノイズが多く、各種フィルタ処理で落とせなかったノイズが残っている可能性がある。

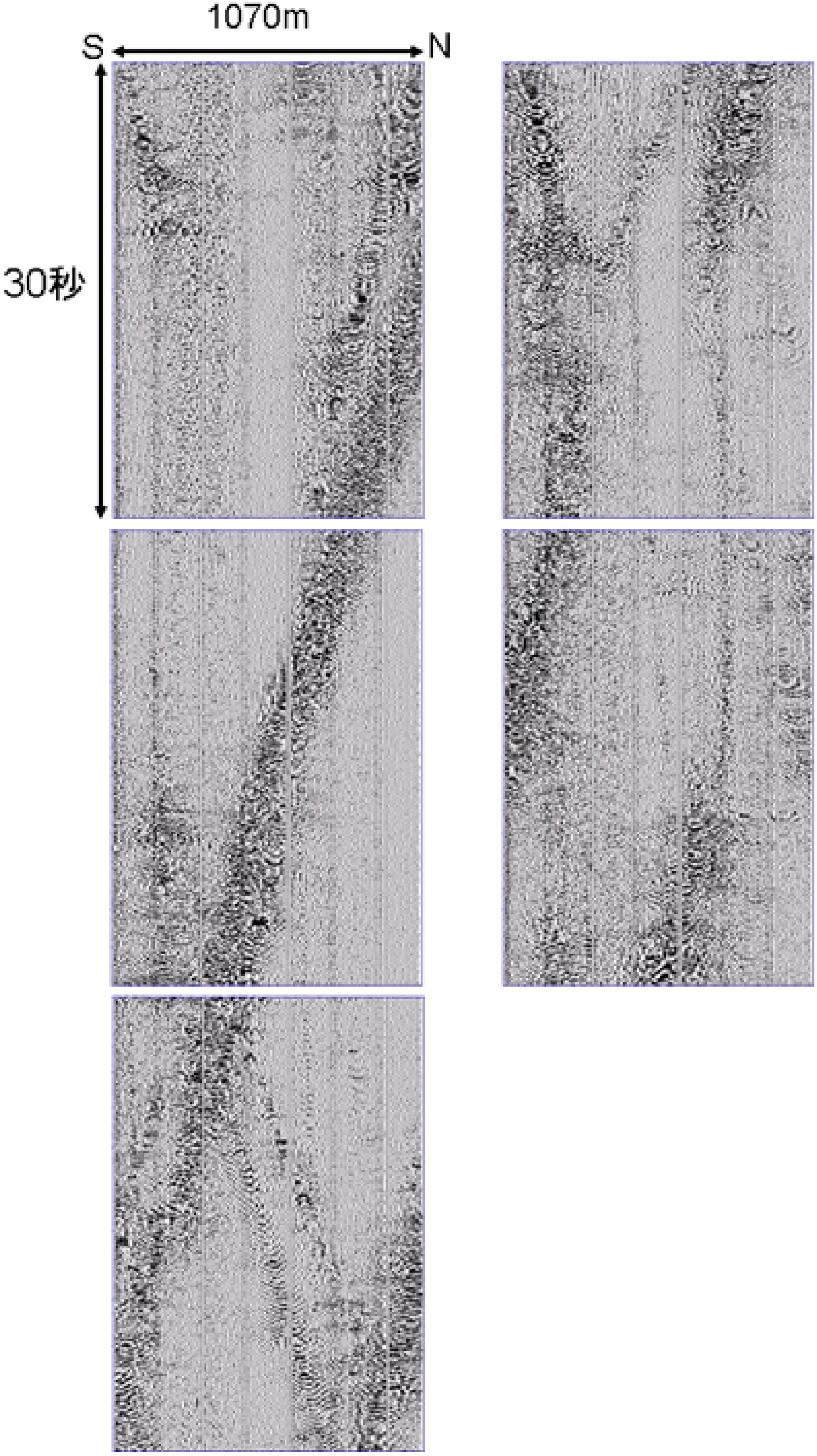


図 4.6: 生データ

一本の電車が 5 つのファイルに渡っている。順番は左上から左中、左下、右上、右中。縦軸:時間、横軸:距離。

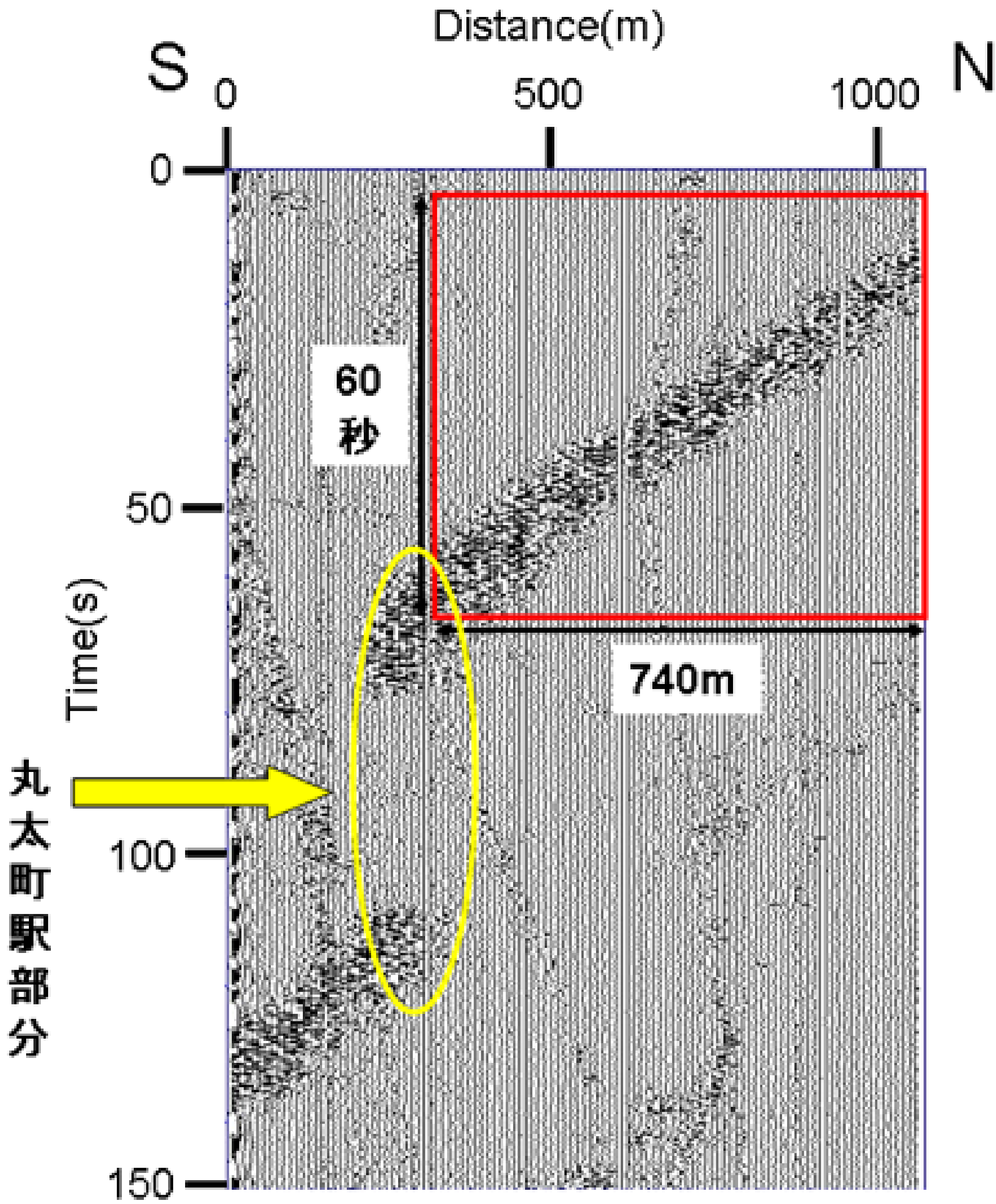


図 4.7: データの切り出し

縦軸:時間、横軸:距離

左:電車が走っていないときの周波数、右:電車が走っているときの周波数。縦軸:周波数、横軸:振幅。

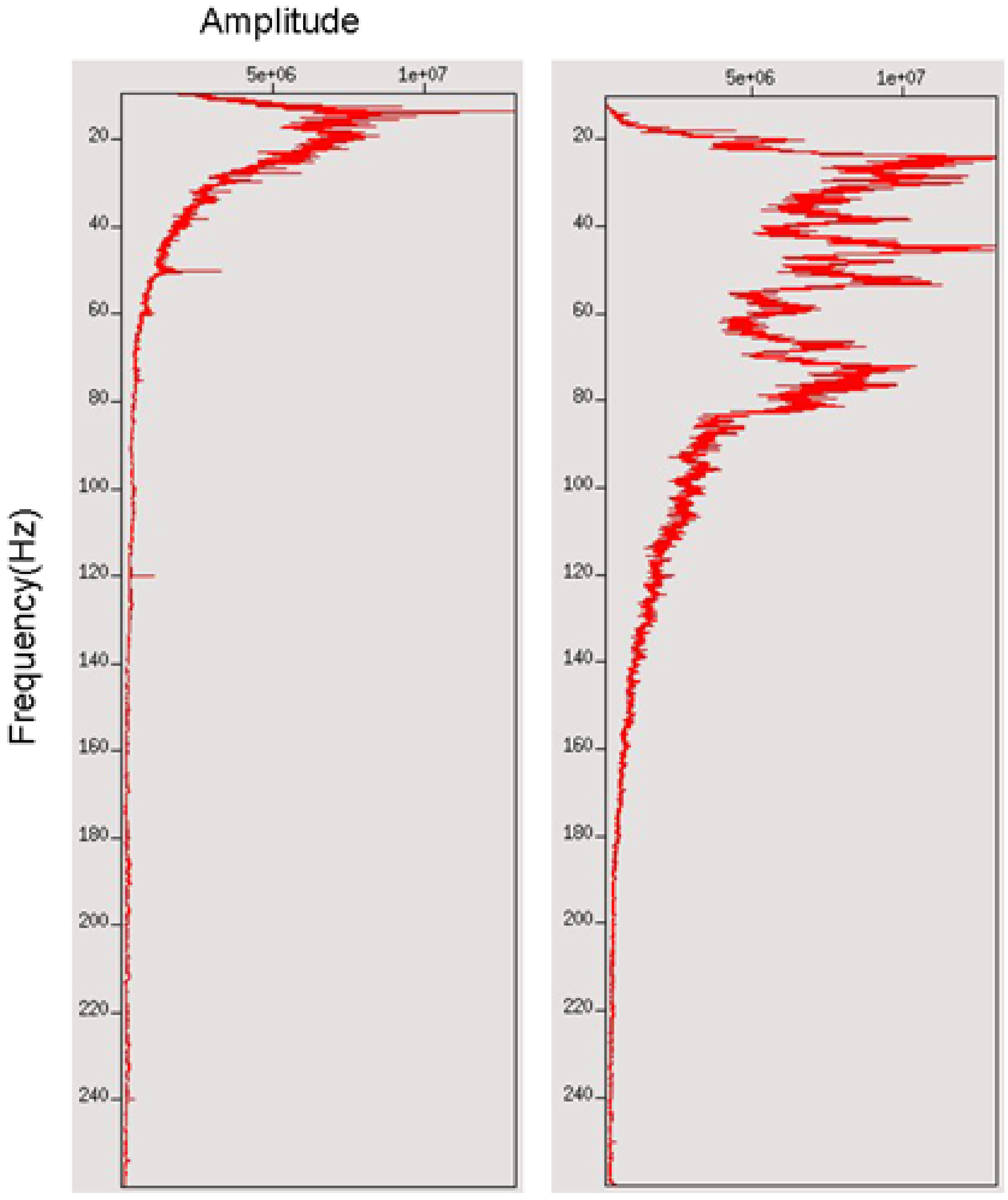


図 4.8: 周波数表示

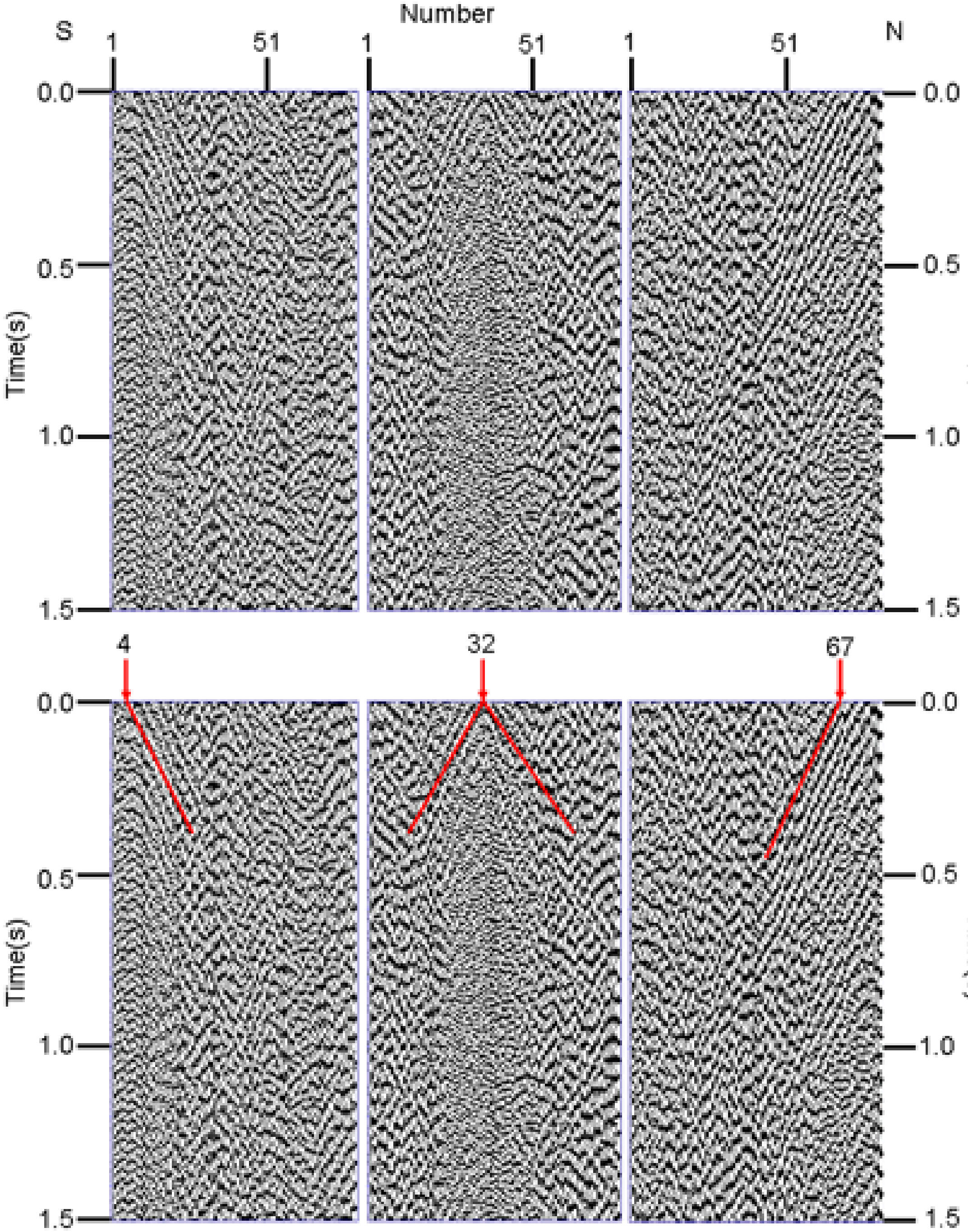


図 4.9: 擬似ショット記録

下段は上段のショット記録に P 波に対応する実線を書き込んだものである。震源は左から順番に 4、32、67。縦軸:時間、横軸:受振器番号。

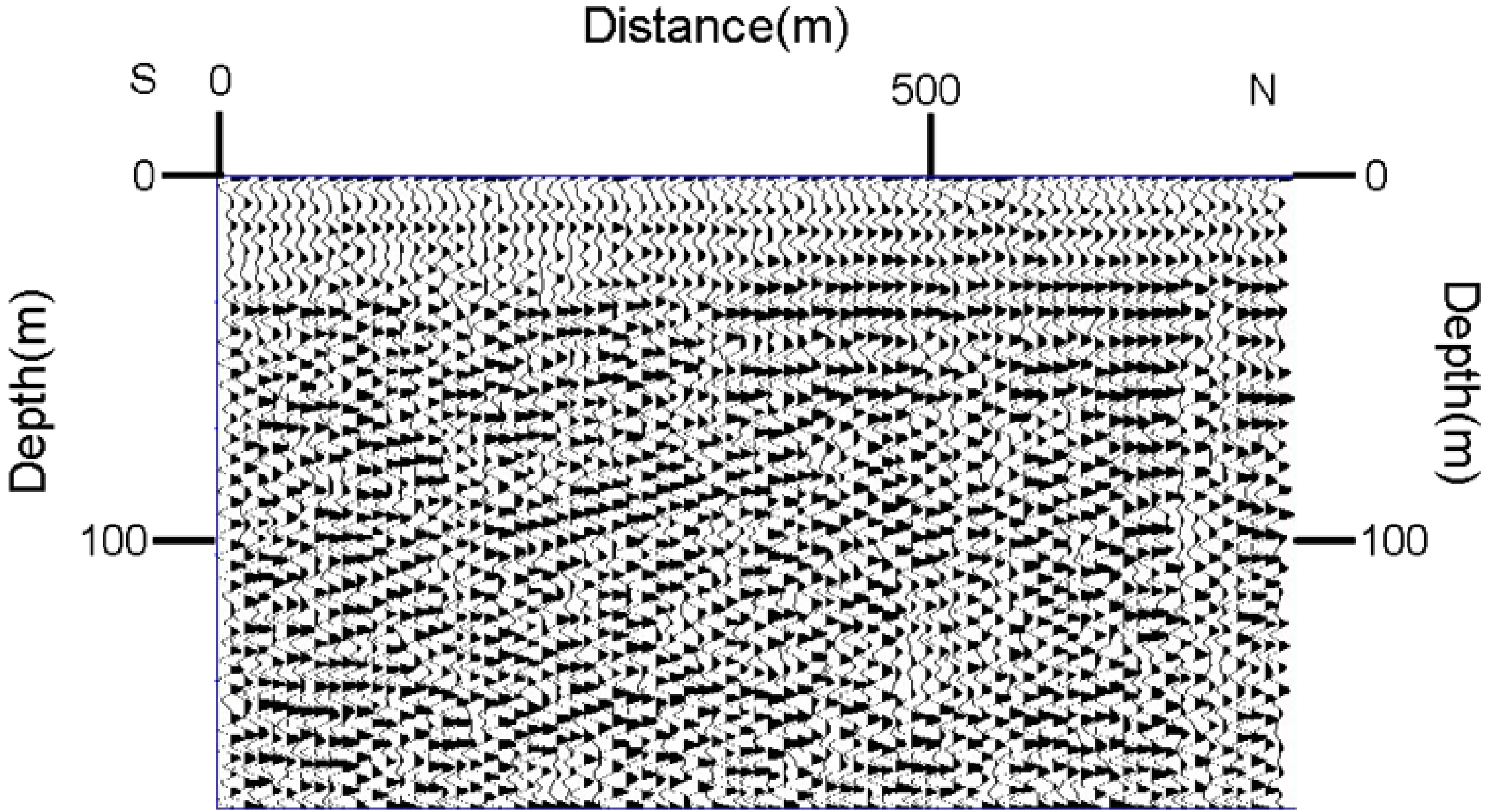


図 4.10: 地下構造断面

縦軸:深さ、横軸:距離

4.3.2　水平成分の波を用いたデータ解析

測線 B で得られている水平成分の波を用いて解析した。測線 B の水平成分についてはハンマーと板の震源によるショット記録も観測している (図 4.11)。本来は機械も用いた震源とするのが好ましいが、許可の関係でこの方法を用いた。また、人工地表震源を用いた S 波による解析は困難であるが、地震波干渉法を用いれば容易に S 波の探査を行うことができる。

図 4.11: 板たたきによる人工地表震源

処理フローは先ほどとそれほど変わらない。測線 B は丸太町駅の上を通っていないため (駅よりも南側で測線をはっている)、駅部分の削除を行う必要はなかった。ファイルの切り貼りを行い、電車のデータを 176 本得た。バンドパスフィルタ、F-K フィルタなどの前処理を行い、相互相関し、擬似ショット記録を得た (図 4.12、図 4.13)。直達波の P 波、S 波に加え、S 波による反射波も見ることができる。ここから、S 波の速度が約 300m/s であることがわかる。また、人工地表震源を用いたショット記録では、右端のほうにノイズが入っているのを見ることができる (図 4.12 の青で囲まれた範囲)。これは橋を走る自動車が橋の足を揺らすときに発生するノイズである (橋との関係は図 4.5 参照)。このようなノイズは反

射法を行う際には厄介なノイズとなるが、地震波干渉法を用いることで、このようなノイズは相互相関の途中で消去され、処理に悪影響を及ぼすことはないとされる。この点は地震波干渉法を用いるメリットであると言える。

得られた擬似ショット記録からフィルタ処理や CMP による重合を行い、地下構造断面を得た (図 4.14)。水平成分の波には S 波の成分を多く含むため、$300m/s$ で重合している。$30m$ 付近に構造を見ることができる。この深さは、さきほどの人工地表震源のショット記録で見られた反射波の反射点の深さと一致するため、正しい構造を反映していると言える。

また、短時間での測定精度を調べるため、電車を 20 本 (約 1 時間分)、60 本 (約 3 時間分)、100 本 (約 5 時間分)、176 本 (約 8 時間分) のデータを重合して比較したものを示す (図 4.15)。反射波は 60 本の電車データを重合したショット記録から見ることができるが、重合数を増やすとともにノイズが軽減されてくるのがわかる。

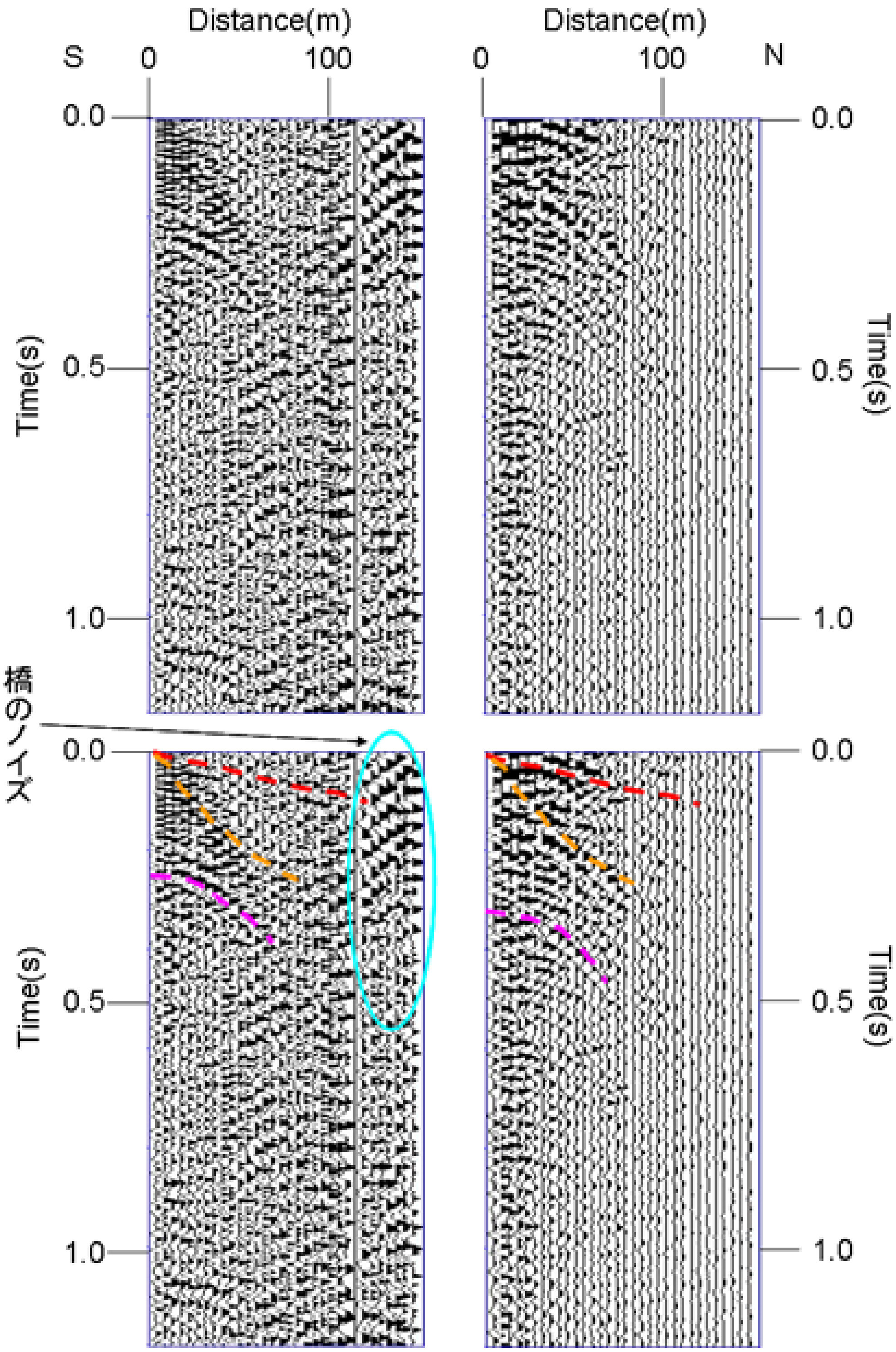


図 4.12: 擬似ショット記録 (5m 地点が震源)

左は人工地表震源によるショット記録、右は地震波干渉法による擬似ショット記録。下図は補助線を入れたもの。縦軸:時間、横軸:距離。

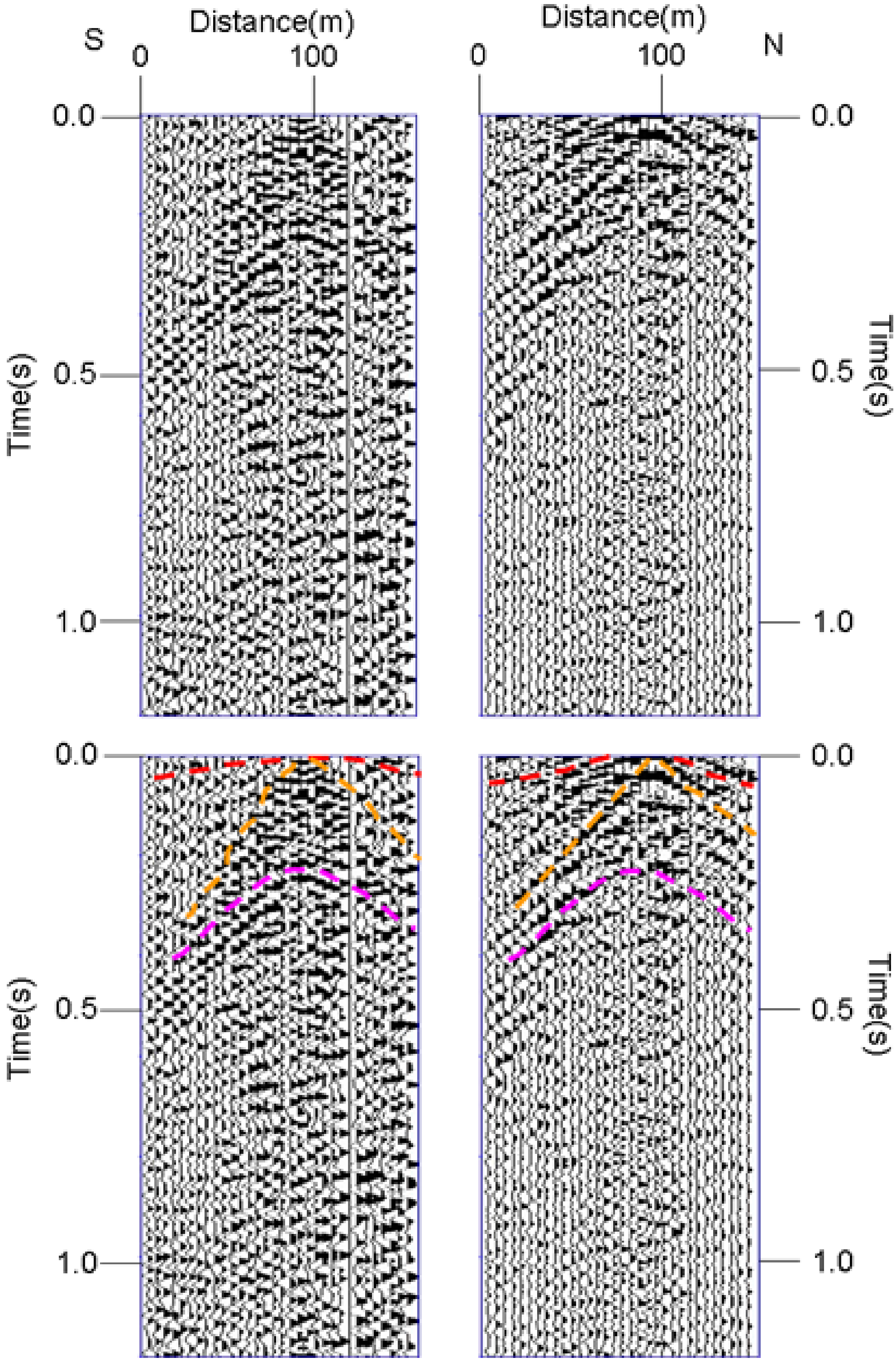


図 4.13: 擬似ショット記録 (90m 地点が震源)

左は人工地表震源によるショット記録、右は地震波干渉法による擬似ショット記録。下図は補助線を入れたもの。縦軸:時間、横軸:距離。

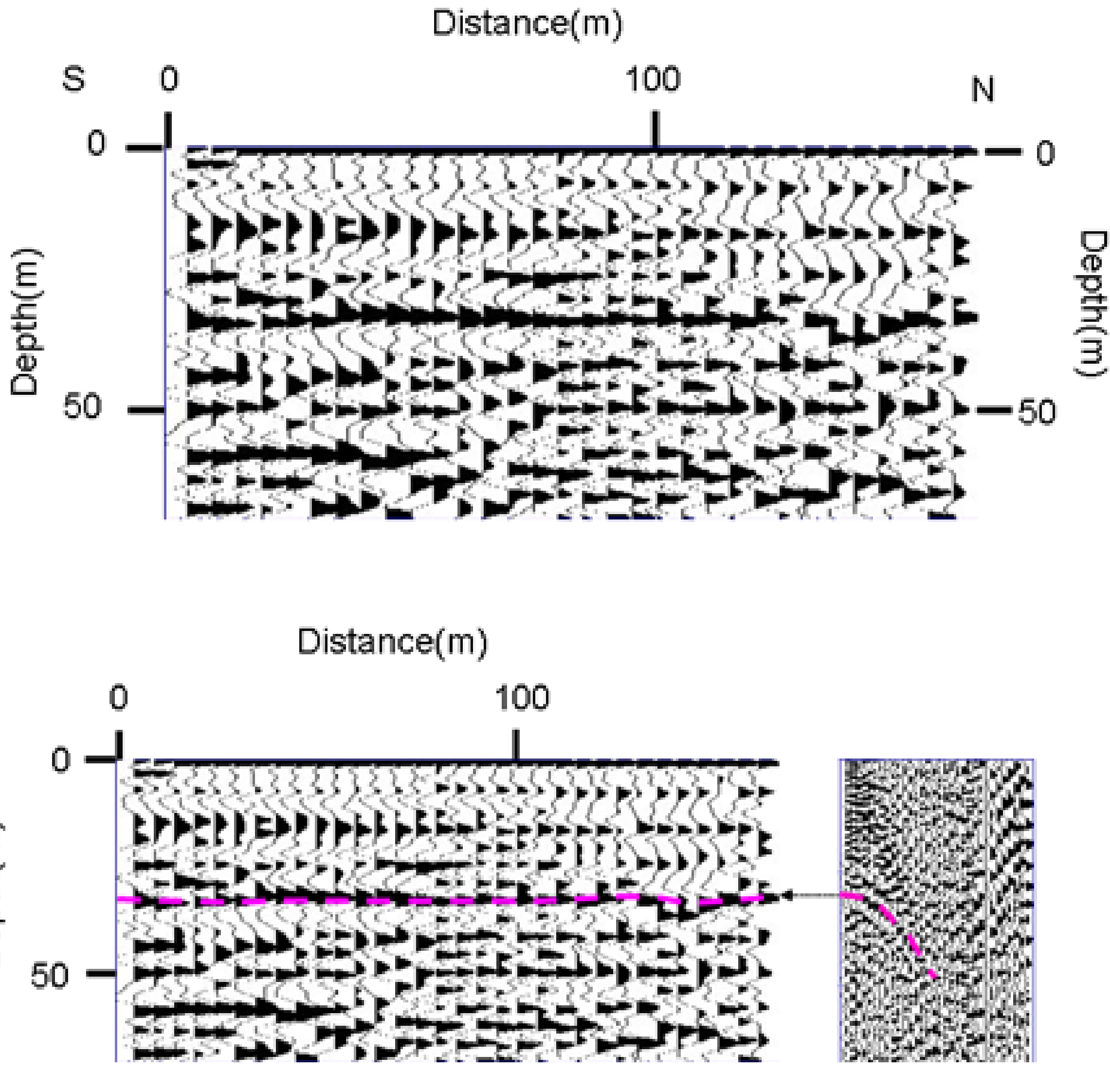


図 4.14: 地下構造断面

下段は補助線を入れたもので、ショット記録 (人工地表震源) と深度を比較している。縦軸: 深さ、横軸:距離。

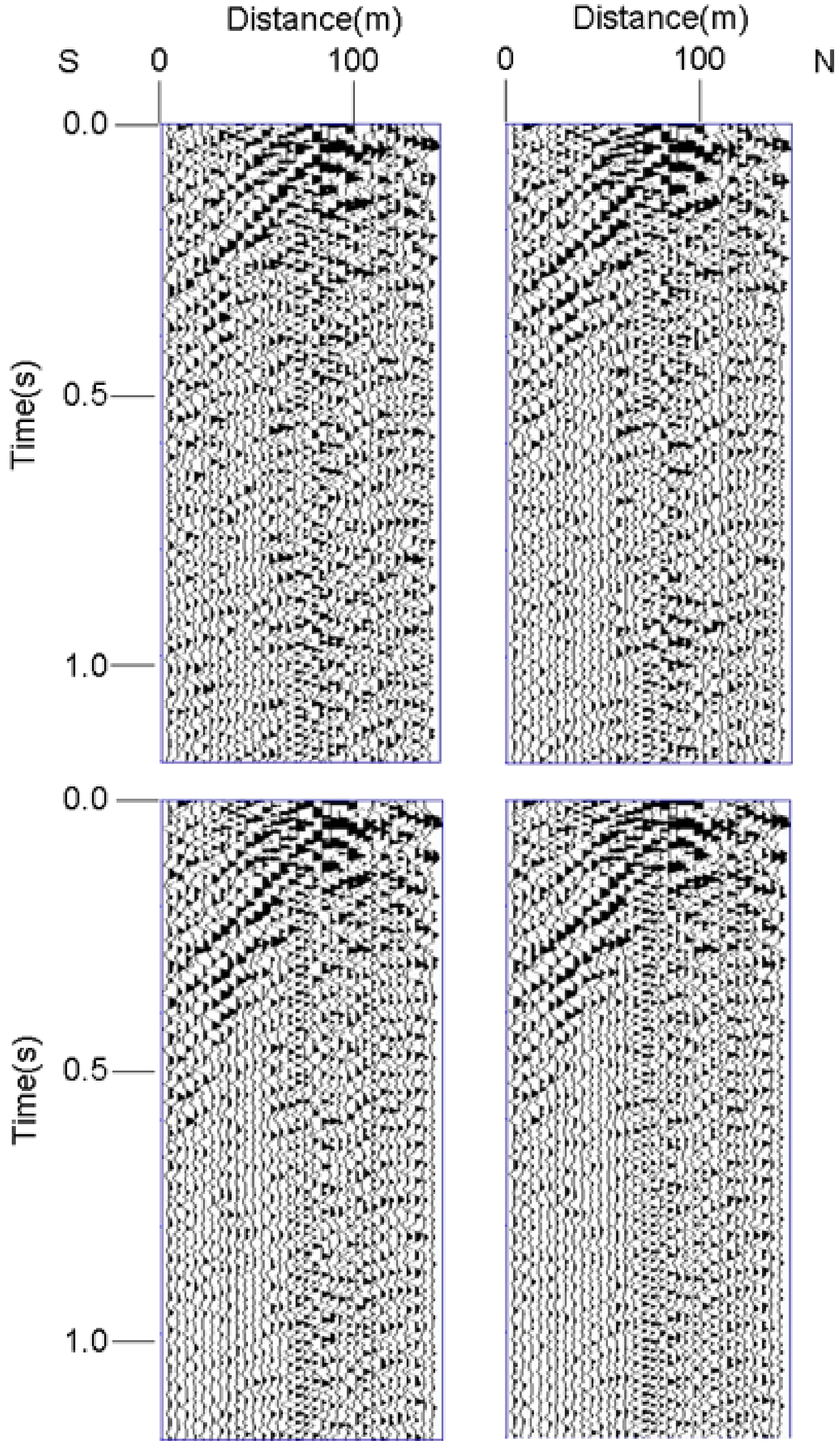


図 4.15: 擬似ショット記録 (使用したデータ数の違いによる比較)

データ処理に用いた電車の本数は、左上:20、右上:60、左下:100、右下:176

水平成分の波による擬似ショット記録は今までの記録に比べて、綺麗に合成された。そこで、水平成分の波による探査の新たな可能性を探るために、電車の振動を切り出さず、観測したすべての振動を用いて解析を行った。波の切り出しを行わないことにより、処理が簡便になり、データ量が増えたときも対応できるようになる。地震波干渉法では、相関のない振動は振幅が小さくなり、相関のある振動は振幅が大きくなるため、理論的にはノイズは無視できる程度になると考えられる。

鴨川沿いは主に、電車、自動車、自転車、歩行者、川などからの振動がある。これらの振動を相互相関して得られた擬似ショット記録が図 4.16、図 4.17 である。電車の振動を切り出して相互相関した擬似ショット記録のほうが波形を綺麗に見ることができる (図 4.16、図 4.17 の青で囲まれた範囲参照)。しかし、反射波などは見ることができ、十分に地下構造解析のために使用できる記録が合成できたと考えられる。

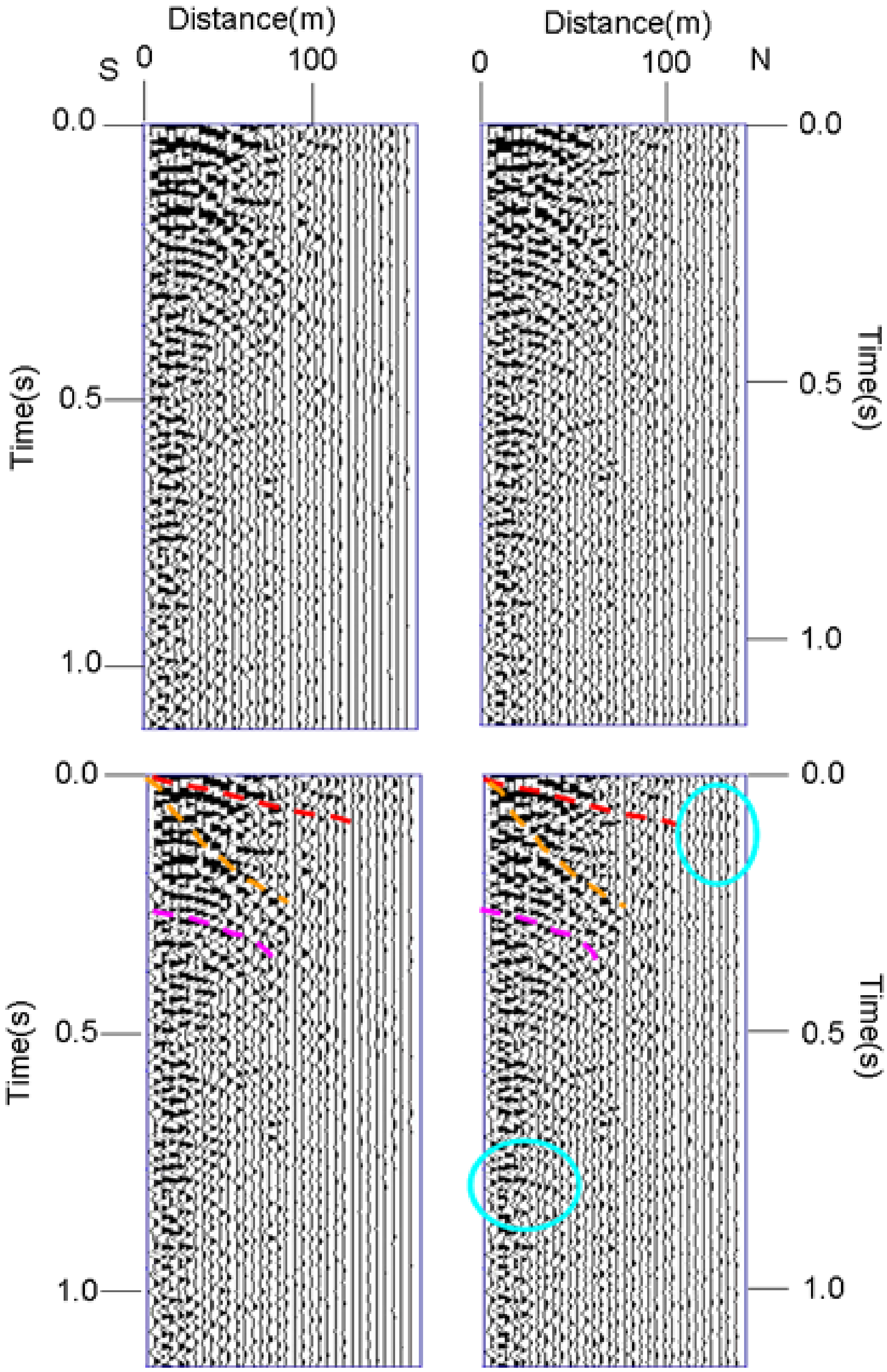


図 4.16: 擬似ショット記録 (5m 地点が震源)

左はすべての振動を相互相関した擬似ショット記録、右は電車の振動を相互相関した擬似ショット記録。下図は補助線を入れたもの。青丸は電車の振動を切り出したほうが良く見えている箇所。縦軸:時間、横軸:距離

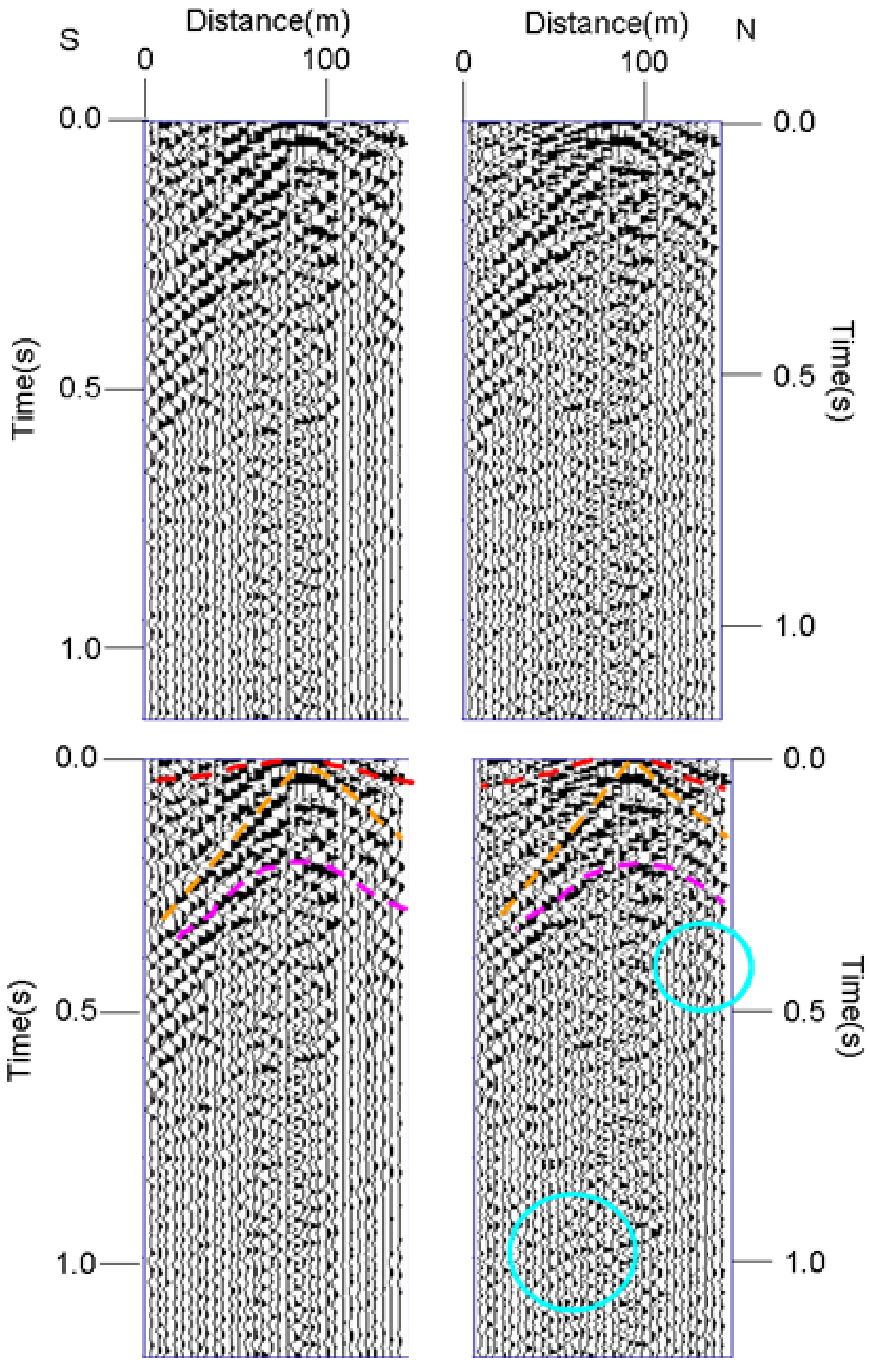


図 4.17: 擬似ショット記録 (90m 地点が震源)

左はすべての振動を相互相関した擬似ショット記録、右は電車の振動を相互相関した擬似ショット記録。下図は補助線を入れたもの。青丸は電車の振動を切り出したほうが良く見えている箇所。縦軸:時間、横軸:距離。

4.4 考察

丸太町駅部分を削除したのは、速度が変わる部分を削除するためという理由以外に、処理速度を早くするため、という理由があった。丸太町駅部分を含めると一本の電車のデータが今回処理したものの 3.5 倍になり、相互相関にかかる時間は約 12 倍になる。

鴨川付近はノイズが非常に多く、ノイズとシグナルの切り分けが困難である。これは S/N が低いということを表している。つまり、どのように S/N を向上させるかがポイントとなる。電車の振動は振幅が弱いため、もともとシグナルが低く、S/N を高めるのは困難であると考えられる。観測データを見ると、電車よりも強い振動を出すものとして、トラックが上げられる。実際、トラックを震源とした解析も行われている (白石、他 2005)。よって、電車を振動源とした解析と、トラックを振動源とした解析を両方行い、それぞれの記録を足し合わせることにより、精度の高い解析を行うことができる可能性がある。つまり、S を高くし、N を弱くする操作が必要になる。
水平成分の波によるショット記録から、人工地表震源による記録よりも地震波干渉法による記録のほうが長時間のデータを重合することにより、S/N の高いデータを得ることができた。この結果、都市部における探査の新たな可能性を示している。都市部で行うことのできる反射法地震探査が今回の板たたきの方法もしくはそれに類似する方法だとすれば、地震波干渉法を用いるほうが精度の高い結果を得ることができる。

また、水平成分のほうが解析精度が良くできた、ということに関しては以下のことが考えられる。まず、鉛直成分の波は P 波を多く含み、水平成分の波は S 波を多く含む。S 波のほうが速度が遅いため、浅層構造の解析に向いていたのではないか、と考えられる。よって、可能であれば電車の振動は 3 成分の受振器で観測して解析を行いたい。

最後に行った電車データを切り出さない解析を用いれば、より多くのことをコンピュータ任せにでき、処理を簡単にすることができる。合成断面の精度は多少落ちるが、コンピュータの性能の向上が著しい現在では、このような手法により粗い解析を簡単に行うことは、トータルの解析時間を短くできると考えられる。

第5章　結言

5.1　まとめ

本研究は、2つの現場データを用いて、電車の振動に地震波干渉法を適用し、地下構造の可視化を試みた。その結果、電車の振動は微弱なため、浅層構造の解析は可能であるが、深層構造の解析には向かないことが分かった。また、ノイズの少ない地域ではP波を対象とした解析で十分な精度を得ることが可能であるが、ノイズの多い地域ではS波を対象とした解析が有効であることが示された。都市部で人工地表震源を用いた反射法地震探査を行うことが困難な場所でも、電車の振動によるS波を用いた地震波干渉法によって精度の良い結果を得ることができる。また、電車の振動を切り出さず、すべての振動を用いた解析は可能であるが、電車の振動を切り出した方がショット記録のS/Nが向上する。もし、長時間の観測が可能な場合、重合による精度の向上と切り出し時間の増大により、すべての振動を用いた解析が効果的なこともある。状況によって使い分ける必要があると考えられる。

自然地震を用いた地震波干渉法は、より深部までの解析が可能であるが、データ取得に時間が必要である。電車を振動源とした場合の利点として、常に安定した振動を得ることが挙げられる。これにより、短時間の測定で地下構造を可視化できると考えられる。

5.2　今後の課題

今回は連続観測を行ったが、安定した結果を得るために必要な観測時間を割り出すことで、効率的な時間で観測結果を得ることができると考えられる。また、鉛直成分の波を使った解析で精度の良い結果が得られるのか、水平成分の波まで解析が必要なのか、電車の振動の切り出しが必要なのかどうか、について考えることで手法の確立を目指す。

また、電車振動は、電車そのものが動いていることや、振動が連続的に起こることなど、反射法に用いられる一般的な震源と比べて異なった特徴がある。そこで、シミュレーションにより電車の振動特性を考慮できれば、より正しい結果を得ることができると期待される(付録参照)。

付 録 A　CIP 法による弾性波シミュレーション

今回のシミュレーションでは、まだ実際のデータとの整合性などを評価ができていない。しかし、電車の振動をシミュレーションすることで、電車の特性を考慮したより精度の高い探査手法を開発することができると考えている。また、シミュレーションを行うにあたり、「矢部、他 2003」及び「白石、2007」を参考にしている。

A.1　CIP 法の原理

CIP(Cubic Interpolated Pseudo) 法とは、差分近似法の一種である。

一階波動方程式は次の式で表すことができる。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \tag{A.1}$$

式 A.1 を空間変数 x で微分すると次の関係式を得られる。

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u\frac{\partial g}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial x}g, g = \frac{\partial f}{\partial x} \tag{A.2}$$

ここで、伝播速度 u を一定であるとすると、$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ となり、式 A.2 は式 A.1 と一致し、物理量 f と空間微分値 g が同じ移流方程式に従い伝播することを表す。ここで、従来の差分スキームと CIP 法の違いを図 A.1 に示す。ある時刻に図 A.1(a) の黒点のような物理量の分布が与えられているとする。これが速度 u で Δ 伝播するときを考える。従来の差分スキームでは f にのみ着目し、格子点間を線形につないでいた (図 A.1(b))。しかし、このように線形につなぐと波形が徐々になまって数値拡散が生じているのが見て取れる。CIP 法では f に加えて g も伝播することで、より精度良く移流現象をシミュレーションできる (図 A.1(c))。

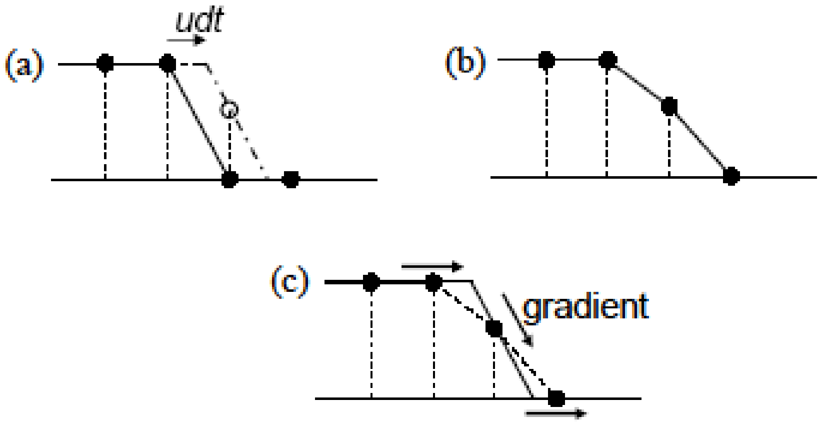


図 A.1: CIP のスキーム

(a) の黒点のような物理量が与えられ、従来の差分スキームでは (b) のようになり波の形がなまる。CIP によるスキームでは、傾きも考慮され、(c) のように元の形で近い波で伝播する。

以上の考え方を用いて、差分スキームを考える。

2 点 (i と $i-1$) 間のプロファイルを次のような 3 次関数で近似する。この、3 次関数での近似が CIP 法の名前の由来でもある。

$$F_i(x) = a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i \tag{A.3}$$

これら 4 つの未知数 (a_i, b_i, c_i, d_i) に対して、格子 2 点での物理量と微分値 $(f_i, f_{i-1}, g_i, g_{i-1})$ が既知であるとすると、次の 4 つの拘束条件が成り立つ。

$$F_i(x_i) = f_i = d_i \tag{A.4}$$

$$\frac{dF_i(x_i)}{dx} = g_i = c_i \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned} F_i(x_{i-1}) &= f_{i-1} \\ &= a_i(x_{i-1}-x_i)^3 + b_i x_{i-1} - {x_i}^2 + c_i(x_{i-1}-x_i) + d_i \end{aligned} \tag{A.6}$$

$$\begin{aligned} \frac{dF_i(x_{i-1})}{dx} &= g_{i-1} \\ &= 3a_i(x_{i-1}-x_i)^2 + 2b_i(x_{i-1}-x_i) + c_i \end{aligned} \tag{A.7}$$

これらをとくことで、未知数 a_i, b_i, c_i, d_i は次のように決まる。

$$a_i = \frac{g_i^n + g_{iup}^n}{D^2} + \frac{2(f_i^n - f_{iup}^n)}{D^3} \tag{A.8}$$
$$b_i = \frac{3(f_{iup}^n - f_i^n)}{D^2} - \frac{2g_i^n + g_{iup}^n}{D} \tag{A.9}$$
$$c_i = g_i \tag{A.10}$$
$$d_i = f_i \tag{A.11}$$

ここで、

$$iup = i - 1, D = -\Delta x \tag{A.12}$$

この結果、区間 $[x_{i-1}, x_i]$ での物理量のプロファイルを決めることができる。

次の時刻 $n+1$ では、このプロファイルを $u\Delta t$ だけ移動したもの、$f^{n+1} = F(x - u\Delta t), g^{n+1} = dF(x - u\Delta t)/dx$ で与えられる。つまり、物理量 f と微分値 g の伝播により波が変形しない。具体的には、式 (A.3) と式 (A.9)〜(A.11) を用いて

$$f_i^{n+1} = a_i\xi^3 + b_i\xi - 2 + g_i^n\xi + f_i^n \tag{A.13}$$

$$g_i^{n+1} = 3a_i\xi^2 + 2b_i\xi + g_i^n \tag{A.14}$$

ただし、

$$\xi = -u\Delta t \tag{A.15}$$

とする。

以上より CIP 法では初期条件として物理量 f_i^0 と空間微分値 g_i^0 を与えれば、時間発展する解として f_i^n と g_i^n を求めることができる。また、$u > 0$ のときは $D = -\Delta x$ および $iup = i - 1$ として進行波を、$u < 0$ のときは $D = \Delta x$ および $iup = i + 1$ として交代派を共通の式を用いて計算することができる。

これまでのことで、CIP 法は、ある時刻 n で物理用の関数値を 3 次関数で内挿して、その関数値を Δt 時間に移動する距離である $u\Delta x$ だけ伝播させている。

以上が 1 次元でのシミュレーション原理である。今回は 2 次元でのシミュレーションを行うため、これを 2 次元に拡張する。

2 次元拡張方法として、1 次元の多項式を直接多次元空間に張るだけの直接法と、各次元を分離して解く方向分離解法がある。今回は方向分離解法で行った。方向分離解法は図 A.2 に示したが、実際には (x, y) 方向に斜めに (A, B) の速度で移動するのだが、これをまず $(A, 0)$ で x 方向に移動し、次に $(0, B)$ で y 方向に移動する、と考えて解く解法である。これにより、x, y の各方向に分けて、1 次元計算のみで解くことができる。CIP 法であれば、x, y のどちらの方向を先に計算しても解の対象性は崩れない。これは補間の精度が良いためである。

この手法を用いることで 2 次元に拡張することができる。

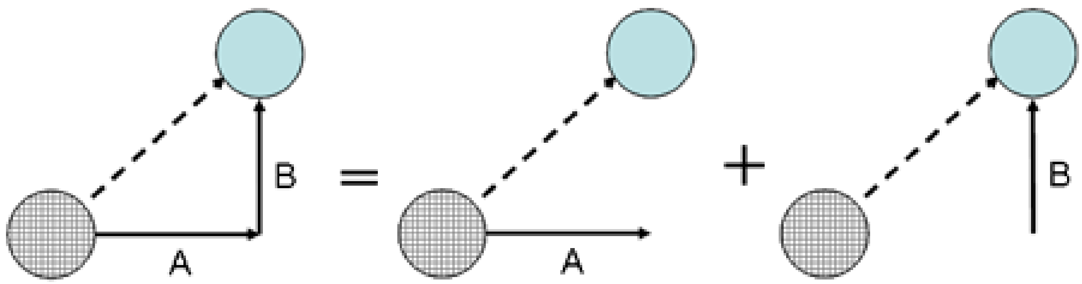


図 A.2: 方向分離解法のイメージ

A.2　シミュレーション適用例

CIP を用いて京阪電車をモデルにシミュレーションを行った。シミュレーションの範囲は図 A.3 参照。

京阪電車の各種パラメータは以下のようになっている。

レールの長さ	約 90m
車両の長さ	約 19m
車輪間距離	台車中心距離で約 12m
車両数	4〜8 両編成

シミュレーションをするにあたって、波が煩雑になるのを避けるため、車両数を 2 両編成

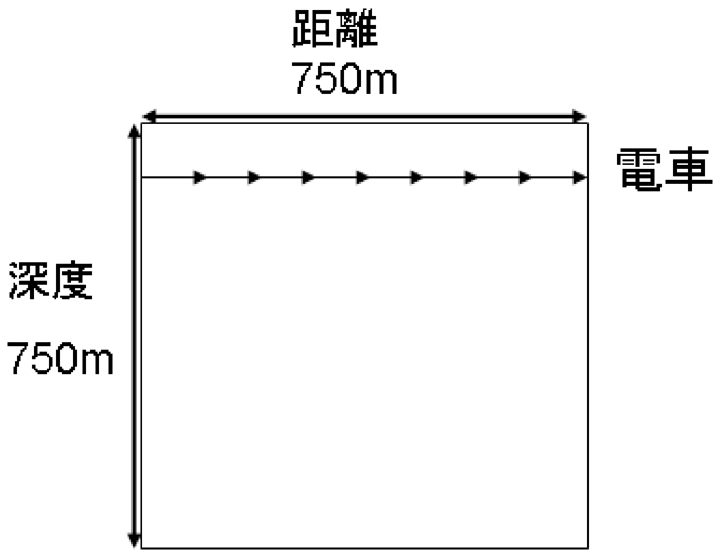


図 A.3: シミュレーション範囲

と仮定してシミュレーションを行った。また、振動は線路の歪みや小さな凹凸によっても起こるが、強い振動はレールの切れ目に車輪が落ちたときに発生すると考えた。

このシミュレーションを用いて、電車の速度が波の速度にどのように影響するかを考察した。具体的には、ある受振点で考えたとき、電車の通過前と通過後で方向が違うため、到達する波の速度の変化を考慮する必要があるかどうかを考えなければならない。そこで、電車の速度と弾性波の速度の比をそれぞれ変えてシミュレーションを行い、375m 地点を通過するときの波の形を比較した結果を図 A.4 に示す。これを見ると、速度比が 10 以上になると解析の際に電車の通過というものを考慮しなくて良いことがわかる。なお、今回の現場データでは速度比はすべて 20 以上だった。

このシミュレーションは、実際の振動との整合性などが取れていないため、評価が難しいが、特性を考慮する際にシミュレーションを使える可能性がある一つの根拠と言える。

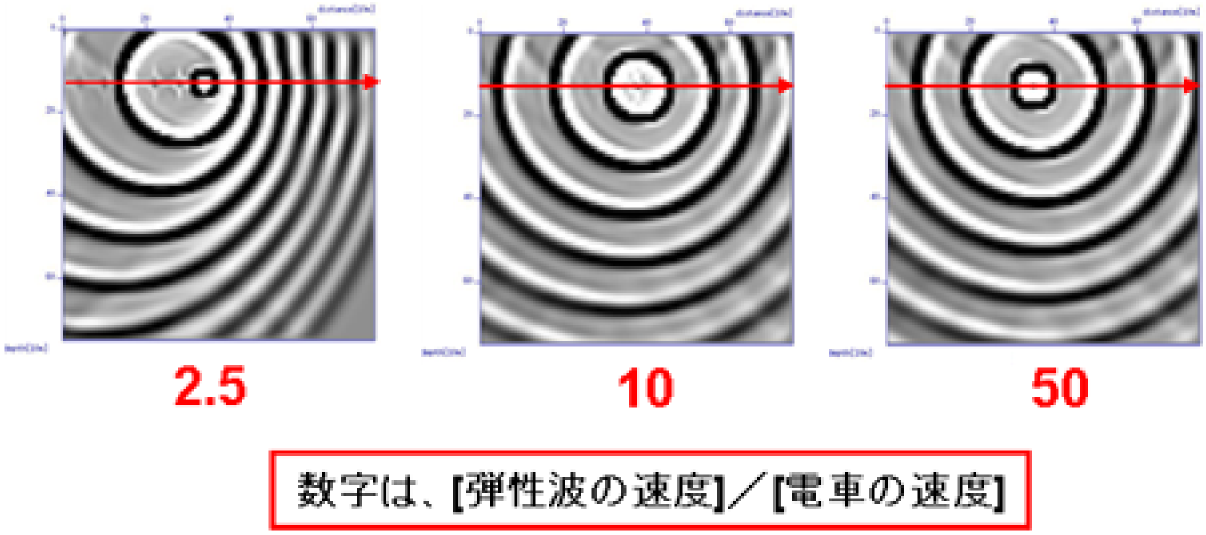


図 A.4: 波の形

電車は矢印のように左から右へと走っている

謝辞

本研究を進めるにあたり、常に適切なる御指導、御助言を賜りました松岡俊文教授、山田泰広准教授、辻健助教に感謝の意を表します。本研究室の鳥居健太郎氏、ならびに諸先輩方には御助言や励ましの御言葉を頂きました。また、ジオフィジックス分野の尾西恭亮助教、サンコーコンサルタント (株) の相澤隆生氏、伊東俊一郎氏、木村俊則氏にはデータの取得の協力、解析の際の助言を頂きました。ここに深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

Fink, M., W. A. Kuperman, J. -P. Montagner, and Tourin A. (2002): Imaging of Complex Media with Acoustic and Seismic Waves, Time-Reversal Invariance and the Relation between Wave Chaos and Classical Chaos, p.1-15.

Kentaro Torii, Toshifumi Matsuoka, Kyosuke Onishi, Kazuya Shiraishi, Takao Aizawa, Yoshiaki Yamanaka, Syunichiro Ito, Toshinori Kimura, Youichi Asano, Tetsuya Takeda, Kazushige Obara (2007): Application seismic interferometry to natural earthquakes measured by small-scale array, SEG abstruct.

Wapenaar, C. P. A. (2003) : Synthesis of an inhomogeneous medium from its acoustic transmission response, Geophysics, 68, 1756-1759.

Wapenaar, K. and Fokkema, J. (2006) : Green's function representations for seismic interferometry, Geophsics, 71, p.S133-S146.

相澤　隆生、伊東俊一郎、山中義彰、白石和也、尾西恭亮、田中見枝子、塚田和彦、松岡俊文 (2005): 受動的地震波干渉法による地下のイメージング (2), 物理探査学会 概要.

白石和也 (2007): 特性曲線法弾性波動シミュレーションと地震波干渉法による地下構造探査に関する研究

矢部　孝、内海隆行、尾形陽一 (2003): CIP 法　森北出版株式会社